

---

# Formelsammlung

# **Elektrotechnik**

Einige Herleitungen und  
zusammengetragen von  
Marc Landolt

1	Ladung.....	5
1.1	Elektronenstrom (in Leitern) .....	5
1.2	Ionenstrom (in Elektrolyten, Schmelzen oder Ionisierten Gasen).....	5
2	Strom.....	5
2.1	Stromdichte.....	5
3	Spannung .....	5
	Elektrischer Widerstand.....	6
3.1	Spezifischer Widerstand eines Leiters .....	6
3.2	Temperaturabhängigkeit .....	6
4	Kirchhoffsche Gesetze .....	7
4.1	1. Kirchhoffsche Gesetz (Knotenregel) .....	7
4.2	2. Kirchhoffsche Gesetz (Maschenregel).....	7
5	Arbeit und Leistung.....	8
5.1	Kosten.....	8
6	Wirkungsgrad .....	8
7	Wärmekapazität .....	8
7.1	Mischtemperatur .....	8
8	Elektrisches Feld .....	9
9	Reale Spannungsquellen.....	9
10	Magnetismus.....	10
10.1	Permanent Magnet.....	10
10.2	Strom durchflossner Leiter .....	10
10.2.1	Durchflutung (Magnetische Spannung) .....	10
10.2.2	Magnetische Feldstärke .....	10
10.2.3	Magnetische Feldkonstante (Induktionskonstante) .....	10
10.2.4	Permeabilität .....	11
10.2.5	Magnetische Flussdichte (Induktion).....	11
10.2.6	Magnetischer Fluss  Magnetischer Strom  .....	12
10.2.7	Magnetischer Widerstand .....	12
10.2.8	Magnetischer Leitwert.....	12
10.2.9	Magnetische Gesamtspannung (quod esset demonstrandum).....	12
10.2.10	Kraftwirkung.....	13
10.2.11	Kraftwirkung auf einen Leiter .....	13
	Nach Kuchling S. 452 F genau in die andere Richtung. (Rechte Hand Regel) folglich nach Kuchling. ....	13
10.3	Induktionsgesetz.....	14
10.4	Lenzsche Regel .....	14
11	Wechselstrom.....	15
11.1	Nicht Periodische Wechselströme .....	15
11.2	Periodische Wechselströme.....	15
11.2.1	Periodische Sinusförmige Wechselströme .....	15
11.3	Phasenverschiebung zwischen u und i .....	16
11.3.1	Ideale Spule (Induktiver Blindwiderstand) .....	16
11.3.2	Ladung und Entladung einer Spule .....	17
11.3.3	Idealer Kondensator (Kapazitiver Blindwiderstand) .....	18
11.4	Periodische, nicht Sinusförmige Wechselströme .....	20
11.5	Plattenkondensator .....	20
12	Zusammenschaltung von R, X <sub>C</sub> , X <sub>L</sub> .....	21
12.1	Serieschaltung .....	21
12.1.1	Resonanz .....	22
12.2	Parallelschaltung von R, X <sub>C</sub> , X <sub>L</sub> .....	23
12.3	Weitere komplexe Gegebenheiten.....	23
12.4	Serienschwingkreis als Saugkreis.....	25
12.4.1	Berechnung .....	26
12.5	Leistung .....	27
12.5.1	Ohmsche Last.....	27
12.5.2	Induktive Last.....	28
12.5.3	Kapazitive Last .....	29

12.5.4	Leistung von Elektromotoren .....	30
	Zeigerdarstellung .....	31
13	Arbeit .....	31
14	Drehstrom .....	32
14.1	Sternschaltung (Symmetrisch) .....	33
14.1.1	Herleitung $\sqrt{3}$ .....	33
14.1.2	Leistungen .....	34
14.1.3	Abgeleitete Formeln .....	34
14.1.4	Typenschild .....	34
	Ist nicht angegeben ob Stern oder Dreieck gehen allenfalls beide Formeln, bzw. es nur der Leiterstrom und die Leiterspannung spielen eine Rolle .....	34
14.2	Dreieckschaltung (Symmetrisch) .....	35
14.2.1	Leistungen .....	35
14.2.2	Abgeleitete Formeln .....	36
14.3	Zeigerdiagramme .....	36
14.4	Prinzip Drehstrom (Motor) .....	37
14.4.1	Synchron Motor .....	38
14.4.2	Asynchron Motor .....	38
14.5	Einfache Fehlerfälle Sternschaltung .....	39
14.5.1	Unterbruch Strang 1 .....	39
14.5.2	Kurzschluss Strang 1 .....	39
14.6	Einfache Fehlerfälle Dreieckschaltung .....	39
14.6.1	Unterbruch Strang 1 .....	39
14.6.2	Unterbruch in Zuleitung .....	39
15	Transformator .....	40
15.1	Anwendungen .....	41
15.1.1	Energieverteilung .....	41
15.1.2	Übertragung von Signalen .....	41
15.1.3	Potentialtrennung (Galvanische Trennung) .....	41
15.1.4	Wandelt U, I, Z .....	41
15.2	Arten .....	41
15.2.1	Schnittbandkern Trafo .....	41
15.2.2	Ringkern Trafo .....	41
15.2.3	3-Phasen Trafo .....	41
15.3	Verhalten .....	42
15.3.1	Leerlauf .....	42
15.3.2	Bei Last .....	42
15.4	Verhältnisse .....	43
15.4.1	Spannungsverhältnisse .....	43
15.4.2	Stromverhältnisse .....	43
15.4.3	Widerstandsverhältnisse .....	43
15.4.4	Übersetzungsverhältnis .....	43
15.5	Wirkungsweise .....	44
15.6	Hystereseverluste (Reibung der Elementarmagnetli) .....	44
15.7	Wirkungsgrad .....	45
15.8	Ersatzschaltbild Trafo .....	45
16	Messung .....	46
16.1	Wandler .....	46
16.2	Messung Generator / Netz .....	46
17	Messgeräte .....	47
17.1	Klassen .....	47
17.2	Reales Messgerät .....	47
17.2.1	Spannungsmessgerät .....	47
17.2.2	Strommessgerät .....	47
17.3	Digitales Messgerät .....	47
17.3.1	Spannungsmessgerät .....	47
17.3.2	Strommessgerät .....	47
18	Berührungsspannung und Fehlspannung .....	47

---

18.1	Berührungsspannung.....	47
18.2	Fehlspannung.....	47

---

# 1 Ladung

## 1.1 Elektronenstrom (in Leitern)

Elektron:  $Q_{e^-} = -1.602 \cdot 10^{-19} \text{ As oder C}$   $[Q_{e^-}] = C$  (Coulomb)

Elektronen pro Coulomb:  $1 \text{ C} \hat{=} 6.242 \cdot 10^{18} e^-$

## 1.2 Ionenstrom (in Elektrolyten, Schmelzen oder Ionisierten Gasen)

Proton:  $Q_{e^+} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ As oder C}$

---

# 2 Strom

Strom ist Ladungsverschiebung pro Zeit:

$$I = \frac{Q}{t} \quad I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta q}{\Delta t} \right) = \frac{dq}{dt} \quad [I] = A \text{ (Ampère)}$$

## 2.1 Stromdichte

$$J = \frac{I}{q} = \frac{I}{A} \quad [J] = \frac{A}{\text{mm}^2}$$

Wert für Stromdichte nach VDE:  $J \leq 6.4 \frac{A}{\text{mm}^2}$

---

# 3 Spannung

... entsteht durch Trennung von Ladungen mit z.B. Bandgenerator folglich ist Spannung Ausgleichsbestreben zwischen verschiedenen Potenzialen. (Elektronenüberschuss am -Pol)

Aus  $W = U \cdot Q = U \cdot I \cdot t$  erhalten wir für die Spannung:

$$U = \frac{W}{Q} = \frac{W}{I \cdot t} = \frac{F \cdot s}{I \cdot t} = \frac{m \cdot s \cdot s}{I \cdot t^3} \Rightarrow \quad [U] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^3} = V \text{ (Volt)}$$

---

---

## Elektrischer Widerstand

...ist das „sich widersetzen“ eines Leiters gegenüber des Stromflusses.

$$\text{Widerstand: } R = \frac{U}{I} \qquad [R] = \frac{V}{A} = \Omega \quad (\text{Ohm})$$

$$\text{Leitwert: } G = \frac{1}{R} \qquad [G] = S \quad (\text{Siemens})$$

### 3.1 Spezifischer Widerstand eines Leiters

... ist abhängig von seiner Länge, seinem Querschnitt und seinem Material.

$$\text{Spezifischer Widerstand: } \rho = \frac{R \cdot q}{l} \qquad [\rho] = \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} = 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$$

$$\text{Spezifischer Leitwert: } \kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{l}{R \cdot q} = \frac{G \cdot l}{q} \qquad [\kappa] = \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2} = \frac{S \cdot \text{m}}{\text{mm}^2}$$

### 3.2 Temperaturabhängigkeit

...heisst, dass der Widerstand in Abhängigkeit seines Temperaturkoeffizienten von seiner Umgebungstemperatur abhängt.

$$R_{\vartheta} = R_{20} + \Delta R = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta) \qquad [\alpha] = K^{-1} \qquad [\vartheta] = K$$

$$0K = -273,15^{\circ}\text{C}$$

---

## 4 Kirchhoffsche Gesetze

### 4.1 1. Kirchhoffsche Gesetz (Knotenregel)

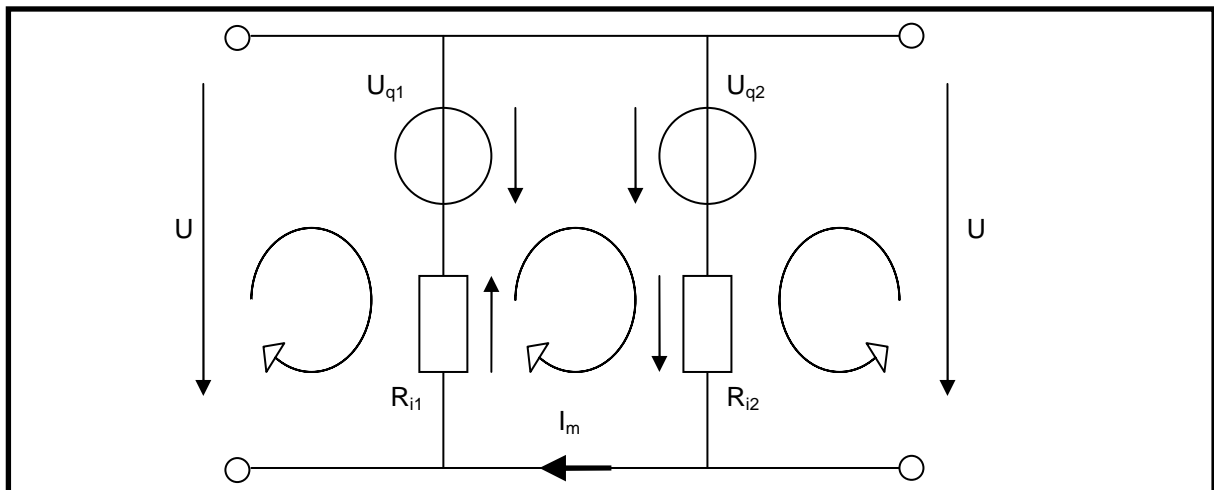
$$\sum_{k=1}^n I_k = I_1 + I_2 + I_3 \dots + I_n = 0$$

Die Summe der zufließenden und der abfließenden Ströme ist gleich Null.

### 4.2 2. Kirchhoffsche Gesetz (Maschenregel)

$$\sum_{k=1}^n U_k = U_1 + U_2 + U_3 \dots + U_n = 0$$

Die Summe der Spannungen in einer Masche ist gleich Null. Ist die Stromrichtung vorgegeben, muss die Richtung der Masche danach gerichtet werden. Wobei  $U_n$  wahlweise auch durch  $I_m \cdot R_n$  ersetzt werden kann. Dabei ist zu beachten, dass die Pfeile der Masche, des Stroms und der Widerstände in die gleiche und die Quellen in Einbaurichtung gezeichnet werden. Widerstände sind passiv und richten sich somit nach dem Strom.



$$R_{i1} \cdot I_m - U_{q1} + U_{q2} + R_{i2} \cdot I_m = 0 \quad \rightarrow \quad I_m = \frac{U_{q1} - U_{q2}}{R_{i1} + R_{i2}}$$

$$\left. \begin{array}{l} -U + U_{q1} - R_{i1} \cdot I_m = 0 \\ -U + U_{q2} + R_{i2} \cdot I_m = 0 \end{array} \right\} \quad \rightarrow \quad U = U_{q1} - R_{i1} \cdot I_m = U_{q2} + R_{i2} \cdot I_m$$

---

## 5 Arbeit und Leistung

(Herleitung siehe: 8)

$$W = U \cdot I \cdot t \quad [W] = \text{Ws} = \text{J} = \text{Nm}$$

$$P = U \cdot I = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = \frac{m \cdot a \cdot s}{t} \quad [P] = \text{W}$$

$$\left. \begin{array}{l} U = R \cdot I \\ P = U \cdot I \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R = \frac{U^2}{P} \quad P = \frac{U^2}{R} \quad U = \sqrt{P \cdot R} \\ R = \frac{P}{I^2} \quad P = R \cdot I^2 \quad I = \sqrt{\frac{P}{R}} \end{array} \right.$$

$$1 \text{ PS} = 735,49875 \text{ W}$$

---

### 5.1 Kosten

$$K = k \cdot W \quad [K] = \text{Fr.} \quad [k] = \frac{\text{Fr}}{\text{kWh}}$$
$$[W] = P \cdot t = \text{J} = \text{WS} \quad \text{kWh} = 60^2 \text{ kWs} = 3600 \text{ kWs} = 3600 \text{ kJ}$$

---

## 6 Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{P_{zu} - P_{verlust}}{P_{zu}} = \frac{P_{ab} \cdot t}{P_{zu} \cdot t} = \frac{W_{ab}}{W_{zu}} = \left( \frac{Q_{aufgewendet}}{Q_{genutzt}} \right) \quad \eta < 1$$

---

## 7 Wärmekapazität

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta \vartheta \quad [Q] = \text{J} \quad [c] = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad [m] = \text{kg}$$

$$c_{\text{Wasser}} = 4.19 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

### 7.1 Mischtemperatur

$$m_1 \cdot c \cdot (\vartheta_1 - \bar{\vartheta}) = m_2 \cdot c \cdot (\bar{\vartheta} - \vartheta_2) \quad \bar{\vartheta} = \text{Mischtemperatur}$$

$$\bar{\vartheta} = \frac{m_1 \vartheta_1 + m_2 \vartheta_2}{m_2 + m_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{c(m_2 + m_1)}$$

---

## 8 Elektrisches Feld

Misst man die Kraft auf eine Probeladung zwischen 2 geladenen Punkten im Raum lassen sich dadurch Rückschlüsse auf das Elektrische Feld ziehen. Gesucht ist nun eine Darstellungsform die unabhängig von der Grösse der Probeladung ist. Teilen wird die Kraft  $\vec{F}$  durch den Betrag der Probeladung, so erhalten wird einen von der Grösse der Probeladung unabhängige Grösse, die sich zur Beschreibung des elektrischen Feldes benutzen lässt.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \qquad [\vec{E}] = \frac{N}{C}$$

diese ist nicht an jedem Punkt im Raum gleich ausser zwischen zwei unterschiedlich geladenen (unendliche) Flächen im Raum (Kondensator), dort entsteht ein homogenes elektrisches Feld. Dieses Feld ist von der Spannungsdifferenz U und ihrem Abstand d abhängig.

$$E = \frac{U}{d} \qquad [E] = \frac{V}{m}$$

Durch Gleichsetzen erhalten wir eine Gleichung, die elektrische und mechanische Arbeit gleichsetzt:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{U}{d} \Rightarrow W = \vec{F} \cdot d = U \cdot q \qquad [W] = N \cdot m = V \cdot C = V \cdot A \cdot s$$

## 9 Reale Spannungsquellen

Im Gegensatz zu idealen Spannungsquellen besitzen Reale Spannungsquellen einen Innenwiderstand, der sich einerseits aus der Spannung im unbelasteten Zustand ( $U_q$ ) und dem Kurzschlussstrom ( $I_k$ ) berechnen lässt

$$R_i = \frac{U_q}{I_k}$$

oder aus der Spannung ( $U_L$ ) über einem vorgeschalteten Lastwiderstand ( $R_L$ )

$$\begin{aligned} U_i = U_q - U_L &\Rightarrow R_i \cdot I_M = U_q - U_L \quad \wedge \quad I_M = \frac{U_q}{R_i + R_L} \\ R_i \cdot \frac{U_q}{R_i + R_L} = U_q - U_L &\Rightarrow U_L R_i = U_q R_L - U_L R_L \\ R_i = \frac{U_q R_L - U_L R_L}{U_L} &\Rightarrow R_i = \frac{R_L (U_q - U_L)}{U_L} \end{aligned}$$

---

## 10 Magnetismus

### 10.1 Permanent Magnet

Ausgerichtete "Weissche Bezirke" führen dazu, dass sich ihre Magnetfelder nicht gegenseitig aufheben. Man spricht von einem Permanentmagnet. (Stoffe: FE, Ni, Co)

### 10.2 Strom durchflossener Leiter

Wird ein Leiter mit Strom durchflossen entsteht auch ein Magnetfeld. (Schraubenregel)

#### 10.2.1 Durchflutung (Magnetische Spannung)

$$\Theta = n \cdot I = H \cdot l \quad [\Theta] = A$$

Mit Luftspalt oder Versch. Materialien

$$\Theta = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 \dots H_n \cdot l_n = \sum_i H_i \cdot l_i$$

#### 10.2.2 Magnetische Feldstärke

$$H(r) = \frac{n \cdot I}{l} = \frac{n \cdot I}{\underbrace{2\pi r}_{\text{Ringspule Kuchling}}} \quad [H] = \frac{A}{m} \quad [I] = \text{Ampère}$$

[l] = m (mittlere Feldlinienlänge)

[2πr] = Umfang um Leiter abstand r

[n] = Windungen

Magnetfelder können vektoriell addiert werden.

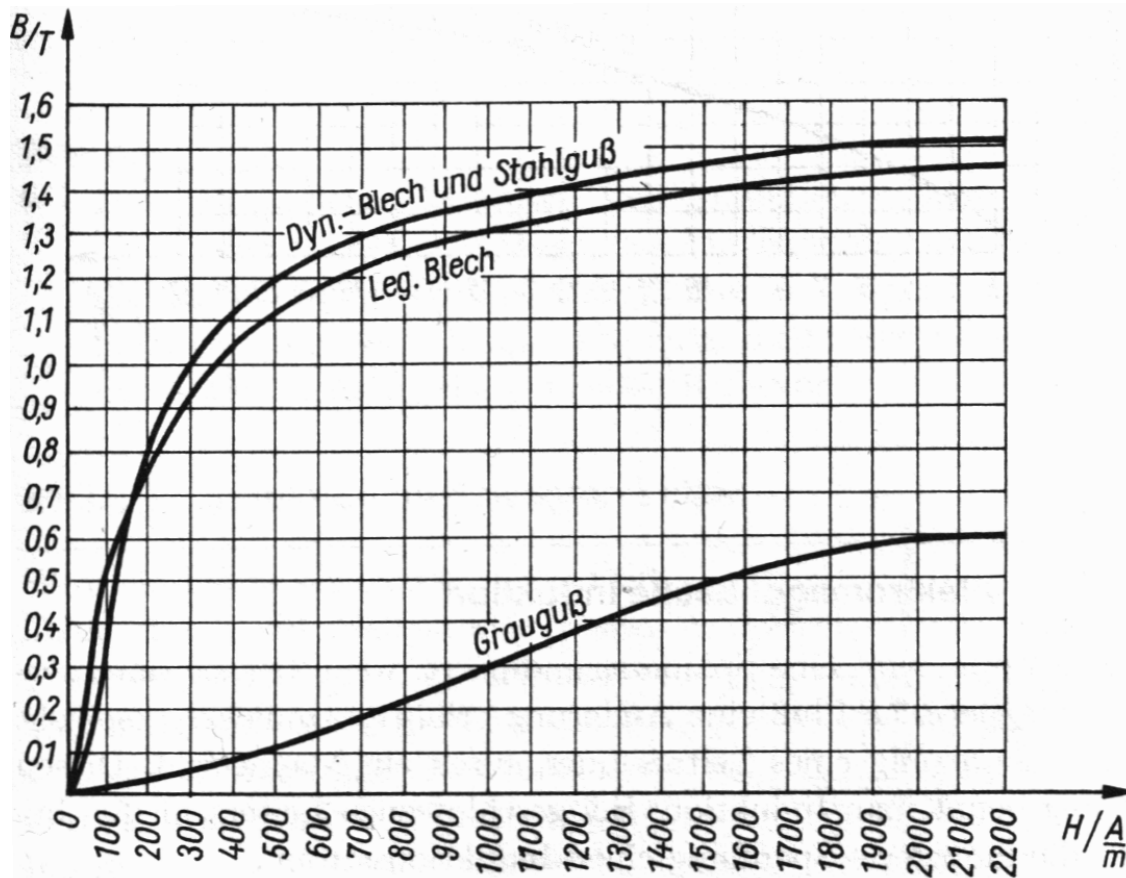
$$\vec{H}_{tot} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 \quad H(\vec{r}) = \begin{pmatrix} -\sin(2\pi\varphi) \\ \cos(2\pi\varphi) \end{pmatrix} \frac{n \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

#### 10.2.3 Magnetische Feldkonstante (Induktionskonstante)

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1.256637 \cdot 10^{-6} \frac{V \cdot s}{A \cdot m}$$

### 10.2.4 Permeabilität

$\mu = \mu_0 \mu_r$  Dies gilt nur für Luft/Vakuum und ähnliches, die anderen muss man aus der Grafik ablesen:



$$\mu = \frac{\bar{B}}{\bar{H}} \quad [\mu] = \frac{T}{\frac{A}{m}} = \frac{Vs}{m^2} = \frac{Vsm}{Am^2} = \frac{Vs}{Am}$$

### 10.2.5 Magnetische Flussdichte (Induktion)

$$\bar{B} = \mu \cdot \bar{H} \quad [B] = \frac{V \cdot s}{m^2} = T \text{ (Tesla)}$$

$$\Phi = A \cdot \mu \cdot \frac{n \cdot I}{l}$$

---

### 10.2.6 Magnetischer Fluss | Magnetischer Strom |

$$\Phi = A \cdot B \qquad [\Phi] = Vs = Wb(\text{Weber})$$

### 10.2.7 Magnetischer Widerstand

Eisen

$$R_{mFe} = \frac{\Theta}{\Phi} = \frac{n \cdot I = H \cdot l}{A \cdot \mu \cdot \frac{n \cdot I}{l}} = \frac{l_{Fe}}{\mu_{Fe} \cdot A_{Fe}}$$

$\mu_{Fe}$  im Eisen aus Kennlinie bei gegebenem B oder H, eines sollte gegeben sein.

Luft

$$R_{mL} = \frac{\Theta}{\Phi} = \frac{l_L}{\mu_L \cdot A_L} \qquad \mu_L = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1.256637 \cdot 10^{-6} \frac{V \cdot s}{A \cdot m}$$

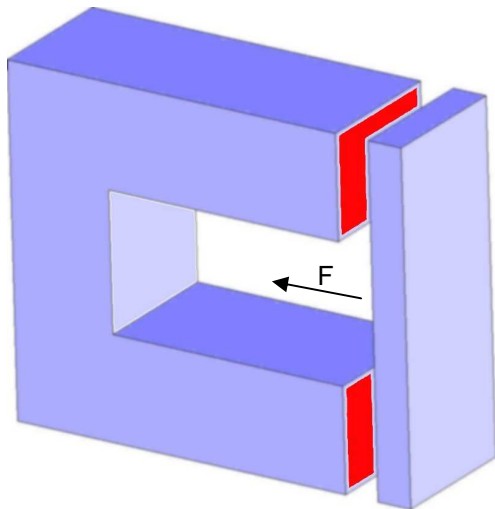
### 10.2.8 Magnetischer Leitwert

$$\Lambda = \frac{\Phi}{\Theta} = \frac{1}{R}$$

### 10.2.9 Magnetische Gesamtspannung (quod esset demonstrandum)

$$\Theta = R_{tot} \cdot \Phi = (R_L + R_{Fe}) \cdot (B \cdot A)$$

### 10.2.10 Kraftwirkung



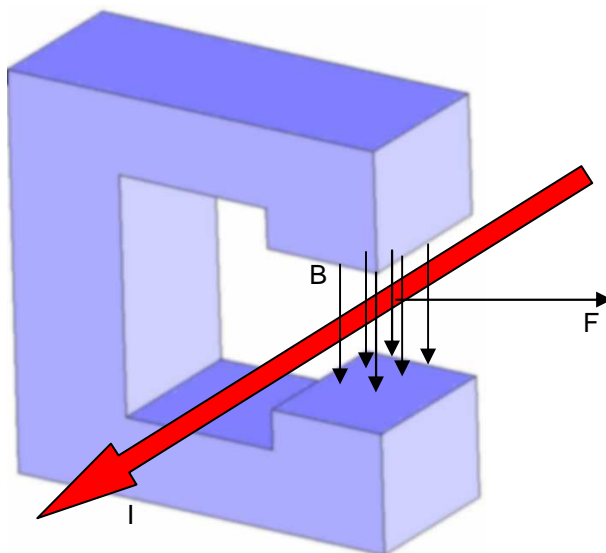
$$F = 40 \cdot B^2 \cdot A$$

F: Kraft in Pfeilrichtung

B: Flussdichte [T]

A: Gesamtfläche (rot) in [cm<sup>2</sup>]

### 10.2.11 Kraftwirkung auf einen Leiter



$$F = I \cdot l \cdot B$$

F: Kraft in Pfeilrichtung [N]

I: Strom im Leiter [A]

l: Länge des Leiters im Feld [m]

B: Flussdichte [T]

**Nach Kuchling S. 452 F genau in die andere Richtung. (Rechte Hand Regel) folglich nach Kuchling.**

$$U = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{B \cdot l \cdot \Delta s}{\Delta t} \quad \text{oder weil: } \frac{\Delta s}{\Delta t} = v \quad \rightarrow U = -B \cdot l \cdot v$$

## 10.3 Induktionsgesetz

### Induzierte Spannung

$$U = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad (\text{Flusszunahme, Flussabnahme})$$

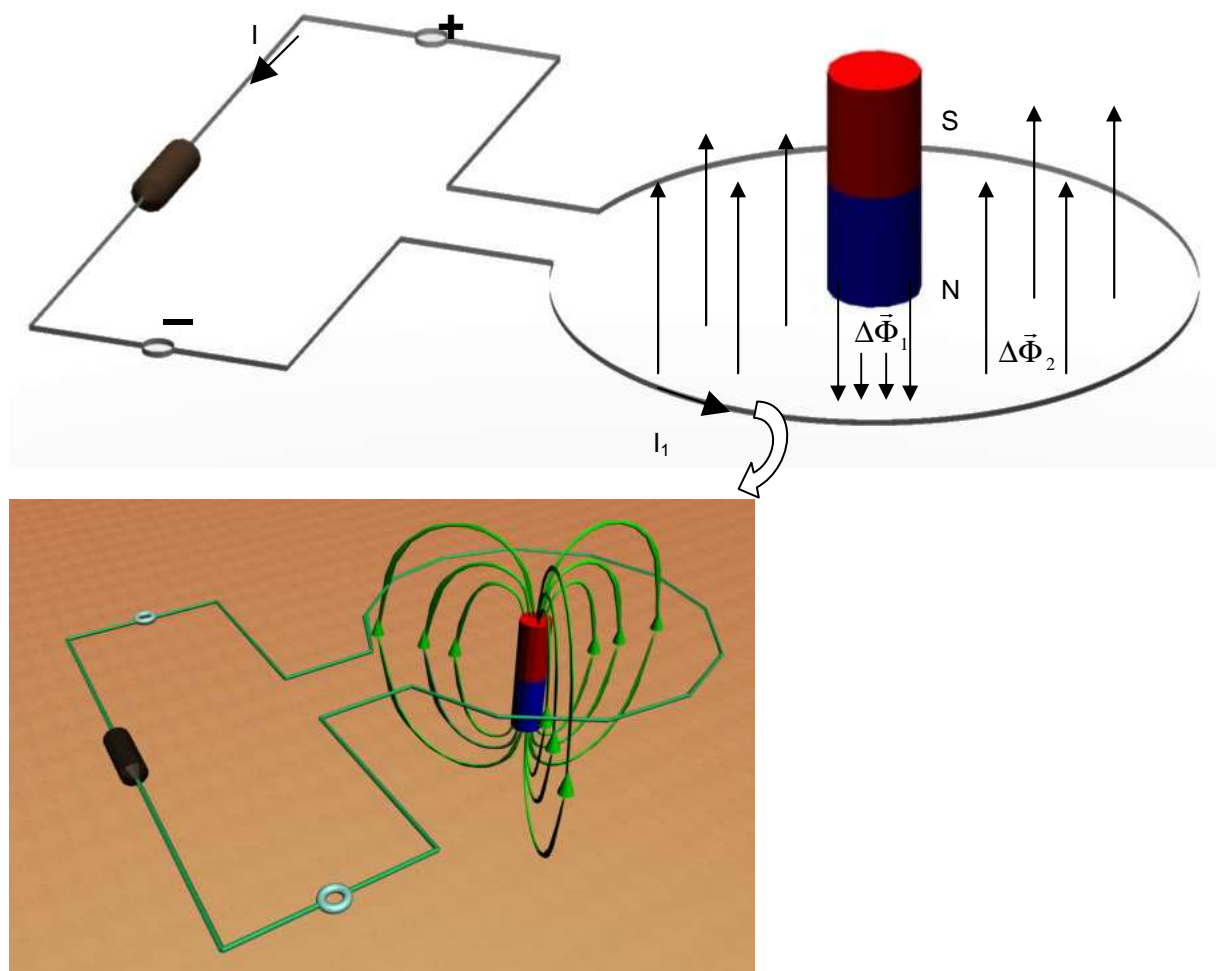
Der Richtungssinn eines durch Induktion hervorgerufenen Stroms ist stets so gerichtet, dass sein Magnetfeld der Induzierenden Flussrichtung  $\Delta\Phi$  ( $\Delta\Phi_2 - \Delta\Phi_1$ ) entgegenwirkt.

### mehrere Windungen

$$U = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

## 10.4 Lenzsche Regel

Der Induktionsstrom ( $I$ ) stets so gerichtet ist, dass er der Ursache seiner Entstehung entgegenwirkt. D.h. Durch die Bewegung des Magneten nach Unten entsteht eine Flussrichtungsänderung  $\Delta\vec{\Phi}_1$ , stellt man sich nun eine entgegen gesetzte Grösse vor  $\Delta\vec{\Phi}_2$ , findet man so den resultierenden Strom  $I$ .

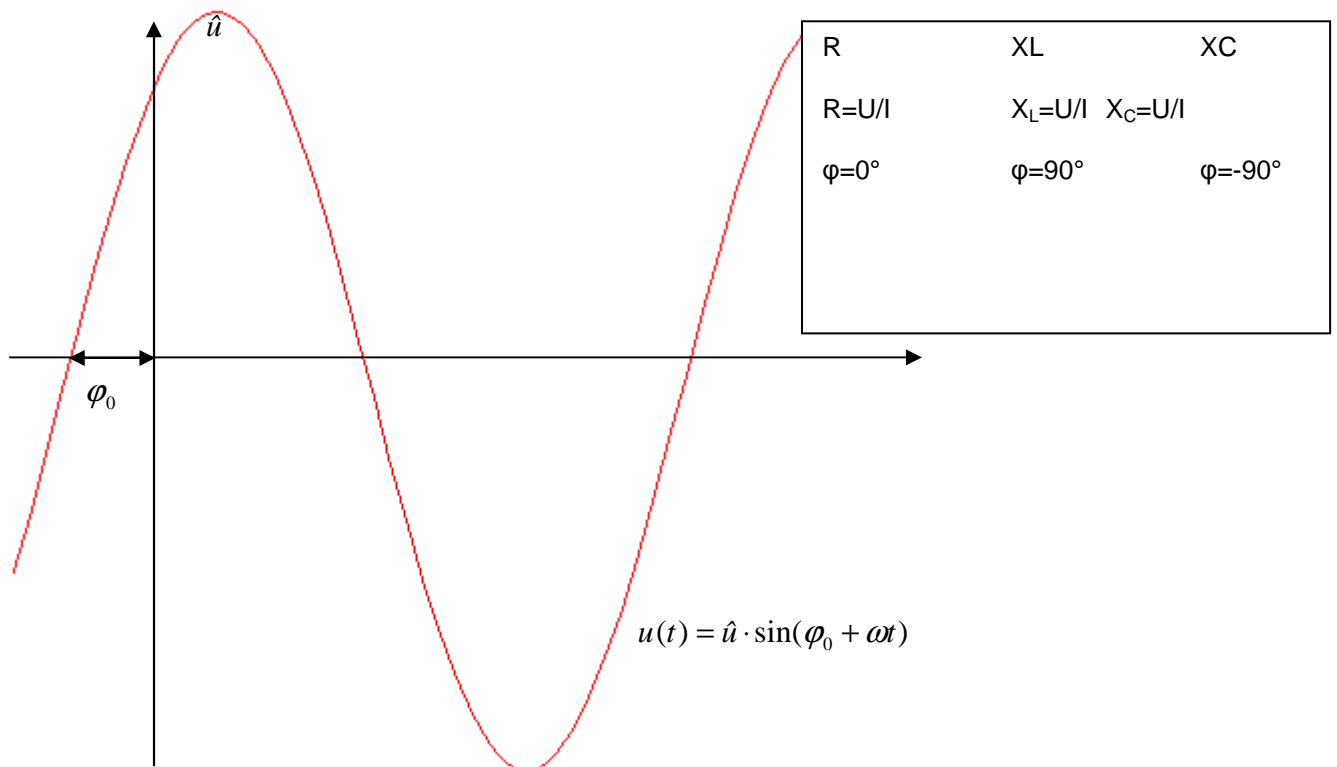


# 11 Wechselstrom

## 11.1 Nicht Periodische Wechselströme

## 11.2 Periodische Wechselströme

### 11.2.1 Periodische Sinusförmige Wechselströme



$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot \frac{1}{T} = \frac{b}{rt} \left[ \frac{rad}{s} \right]$$

Oder auch Umfangsgeschwindigkeit/Radius

$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\varphi_0 + \omega t) \quad 0 = \hat{u} \cdot \sin(\varphi_0 + \omega t) \quad 0 = \sin(\varphi_0 + \omega t) \quad 0 = \varphi_0 + \omega t$$

$$\varphi_{0_{rad}} = -\omega t$$

$$\varphi_{0^\circ} = -\omega t \cdot \frac{360}{2\pi}$$

$$t = \frac{-\varphi_{0_{rad}}}{\omega}$$

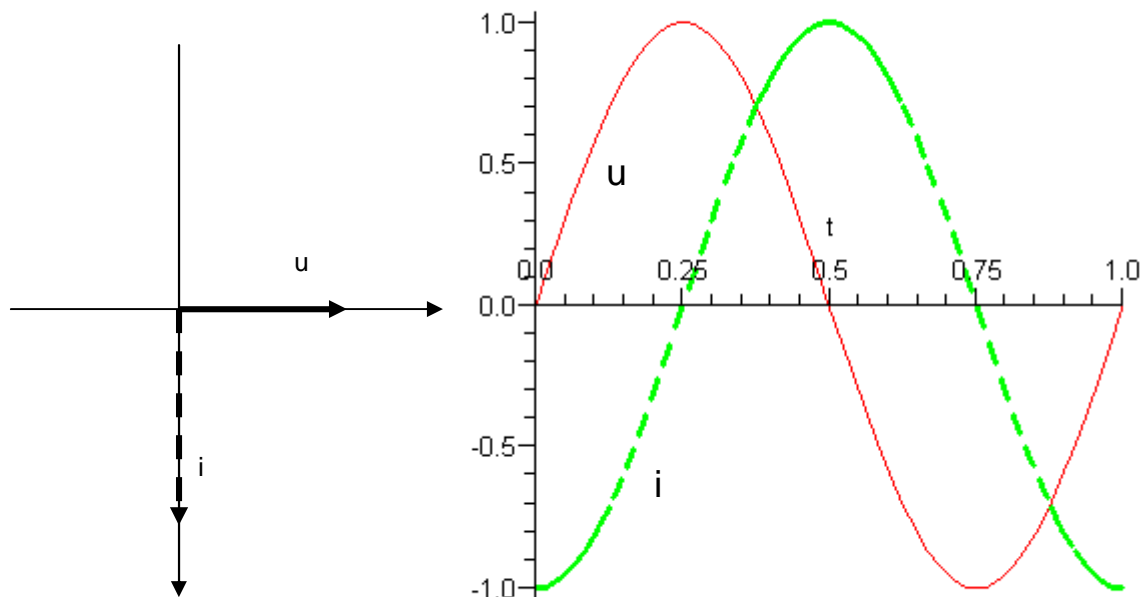
### 11.3 Phasenverschiebung zwischen $u$ und $i$

Sind neben den Wirkwiderständen Blindwiderstände beteiligt, wird Energie von diesen Blindwiderständen aufgenommen und danach wieder ins Netz zurück gespiesen. Auch wenn (fast) keine Energie dabei verbraucht wird, müssen die Leitungen dennoch dafür ausgelegt werden.

#### 11.3.1 Ideale Spule (Induktiver Blindwiderstand)

Durch den Strom ( $I_1$ ) der durch die Spule geschickt wird ein Magnetischer Fluss erzeugt. Die Flussänderung  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  erzeugt in der Spule nach der Lenzschen Regel eine entgegen gesetzte Spannung und somit fließt auch ein entgegen gesetzter Strom ( $I_2$ ). Folglich fließt in Wirklichkeit nur  $I = I_1 - I_2$  betrachten wird das im

Ohmschen Gesetz  $R = \frac{U}{I_1 - I_2}$  sehen wird, dass dadurch der Widerstand grösser wird. (Der Strom eilt der Spannung um  $90^\circ$  nach.)



$$u = 1 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot t)$$

Phasenverschiebung:

Induktiver Blindwiderstand:

$$u = 1 \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{2} + 2 \cdot \pi \cdot t\right)$$

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 90^\circ$$

$$X_L = \frac{U_L}{I_L} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_L}{\sqrt{2} \cdot I_L} = \frac{\hat{U}_L}{\hat{I}_L}$$

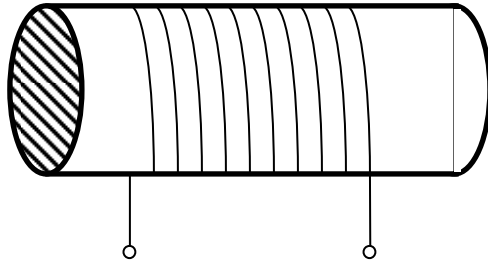
Genau genommen misst man den Scheinwiderstand, da noch der ohmsche Widerstand des Drahtes dazukommt!

$$Z = \frac{U}{I}$$

Berechnung aus  $L$  und  $f$ :

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = \omega \cdot L$$

### 11.3.1.1 Induktivität L einer Zylinderspule



$$L \approx \frac{N^2 \cdot \mu \cdot A}{l}$$

- L: Induktivität  
 N: Windungen  
 $\mu$ : Permeabilität (z.B. Eisen)  
 $\mu = \mu_0 \mu_r$  (Siehe 10.2.4)  
 l: Länge

### 11.3.1.2 Induktivität mit Induktivitätsfaktor

$$L = N^2 \cdot A_L$$

$A_L$ : Induktivitätsfaktor  $\mu H / Wdg^2$

### 11.3.1.3 Stromänderungsgeschwindigkeit in Induktivitäten

Momentanspannung:

$$u = L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Momentanspannung

$$U = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

### 11.3.2 Ladung und Entladung einer Spule

Aufladen

$$u_C(t) = U \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Entladen

$$u_C(t) = -U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_C(t) = I_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$I_0 = \frac{U}{R_{\text{Vorwiderstand}} \tan d}$$

$$i_C(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

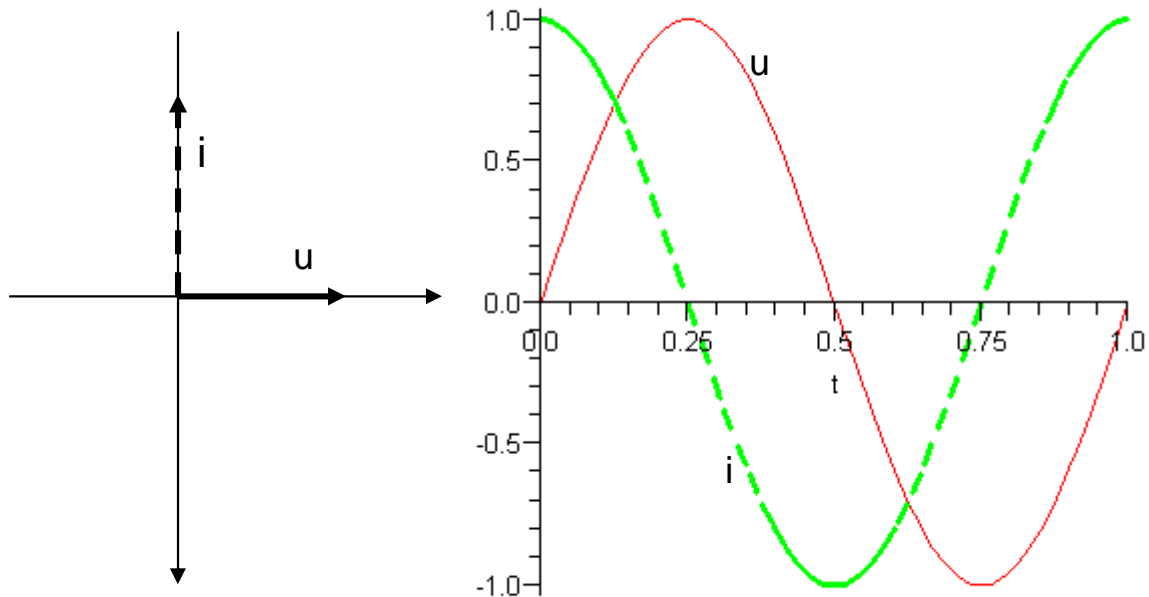
$$U_L = \frac{N \cdot d\Phi}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot i'(t)$$

vergleich C:

$$i_C = \frac{dQ}{dt} = C \cdot u'(t)$$

### 11.3.3 Idealer Kondensator (Kapazitiver Blindwiderstand)

Der Strom eilt der Spannung um  $90^\circ$  voraus.



$$u = 1 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot t)$$

$$i = 1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot \pi \cdot t\right)$$

Phasenverschiebung:

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -90^\circ \text{ (Strom eilt der Spannung } 90^\circ \text{ voraus)}$$

Induktiver Blindwiderstand:

$$X_C = \frac{U_C}{I_C} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_C}{\sqrt{2} \cdot I_C} = \frac{\hat{U}_C}{\hat{I}_C}$$

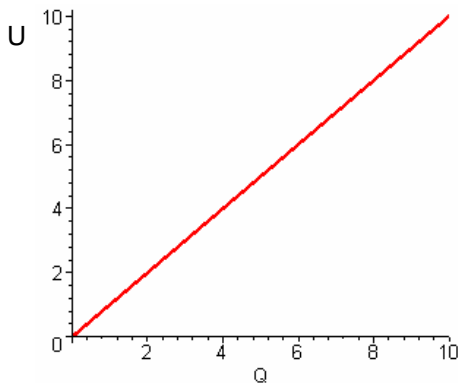
Genau genommen misst man den Scheinwiderstand, da noch der ohmsche Widerstand des Drahtes dazukommt!

$$Z = \frac{U}{I}$$

Berechnung aus C und f:

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

## Kapazität eines Kondensators



$$U \sim Q \text{ (Proportional)}$$

$C$  = Proportionalitätsfaktor (Kapazität)

$$Q = C \cdot U$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{It}{V} \quad \left[ F = \frac{C}{V} = \frac{A \cdot s}{V} \right]$$

$$C = \frac{\epsilon \cdot A}{s}$$

$C$ : Kapazität des Kondensators

$A$ : Fläche der Kondensatorplatten

$s$ : Plattenabstand

$\epsilon$ : Permittivität

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m} \quad \epsilon_r : \text{Kuchling, Tabelle 47}$$

### 11.3.3.1 Kapazitiver Widerstand

$$1. \quad Q_C = 0 \quad \rightarrow Q_C = C \cdot U$$

$$\rightarrow u(t) = 0V \quad \text{weil } t = 0$$

$$2. \quad t > 0: \quad \text{Pro Zeiteinheit } \Delta t \text{ fließt Ladung } \Delta Q = I \cdot \Delta t \text{ auf den Kondensator}$$

$$\text{Spannung erhöht sich pro Zeiteinheit } \Delta t \text{ um } \Delta u = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{I \cdot \Delta t}{C}$$

$$\rightarrow \quad i = C \cdot \underbrace{\frac{\Delta u}{\Delta t}}_{\text{Spannungsänderungsgeschwindigkeit}}$$

Fazit: Stromfluss nur während des Auf- und Entladens.

---

### 11.3.3.2 Laden / Entladen

Aufladen

$$u_C(t) = U \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad \tau = R \cdot C$$

$$i_C(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad I_0 = \frac{U}{R_{\text{Vorwiderstand}}}$$

Entladen

$$u_C(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_C(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

### 11.3.3.3 Energie

$$C = \frac{Q}{U} \quad \Rightarrow \quad CU^2 = QU \quad \left[ \frac{As}{V} \cdot V^2 = \frac{As}{C} \cdot V \right] = P \cdot t = W \quad [VA \cdot s]$$

Was leider in Widerspruch zu Kuchling (E 29.37) steht

Antwort Integral: 
$$W_{C \max} = \frac{1}{2} CU^2$$

## 11.4 Periodische, nicht Sinusförmige Wechselströme

Approximation durch Fourier Analyse (Harmonische Analyse)

## 11.5 Plattenkondensator

$$C = \frac{z \epsilon A}{d}$$

z: Gesamtanzahl der Zwischenräumen bei Blockkondensatoren

$\epsilon$ :  $\epsilon_0 \epsilon_r$  ( $\epsilon_0 = 8.854 E - 12 [F / m]$ )

d: Distanz zwischen den Platten

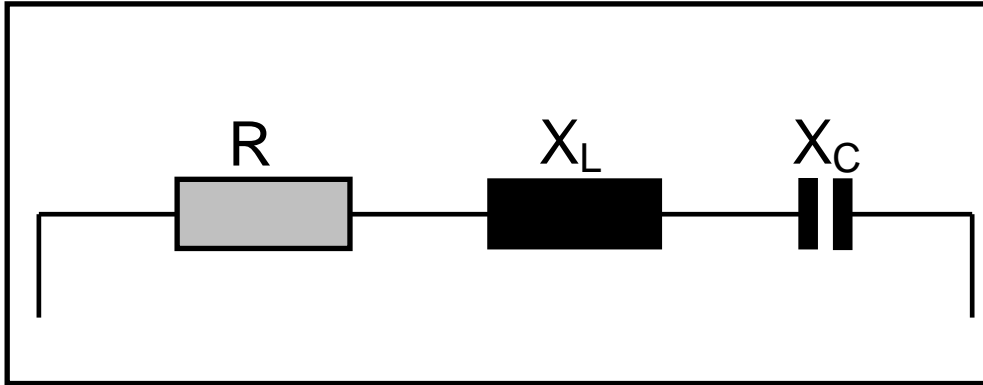
(alles in Meter rechnen, auch d)

## 12 Zusammenschaltung von R, X<sub>C</sub>, X<sub>L</sub>

### 12.1 Serieschaltung

Spannungen bzw. Widerstände komplex addieren, Alle Elemente haben denselben Strom:

$I = I_R = I_L = I_C$  also definiere man I auf 0°!

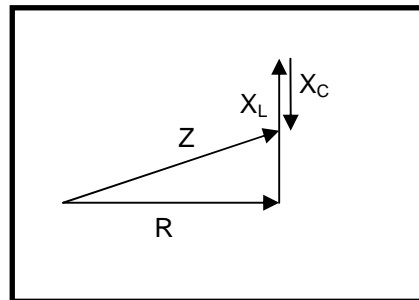
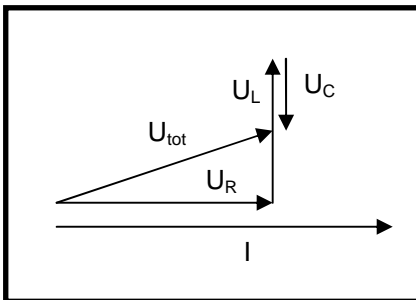


$$\underline{R} = \underline{Z} = (R, 0) \quad \underline{X}_L = \underline{Z} = (0, +X_L) \quad \underline{X}_C = \underline{Z} = (0, -X_C)$$

$$R = \frac{U_R}{I}$$

$$X_L = \frac{U_L}{I}$$

$$X_C = \frac{U_C}{I}$$



$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

$$\underline{Z} = \underline{R} + \underline{X}_L + \underline{X}_C$$

$$Abs(\underline{Z}) = |\underline{Z}| = \sqrt{\text{Re}(\underline{Z})^2 + \text{Im}(\underline{Z})^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$U_{tot} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \quad \underline{I} = (I, 0)$$

$$Arg(\underline{Z}) = \varphi = \arctan\left(\frac{\text{Im}(\underline{Z})}{\text{Re}(\underline{Z})}\right) = \arctan\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$$

---

### 12.1.1 Resonanz

Bei  $U_C = U_L$  spricht man von Resonanz

Folglich  $X_C = X_L$

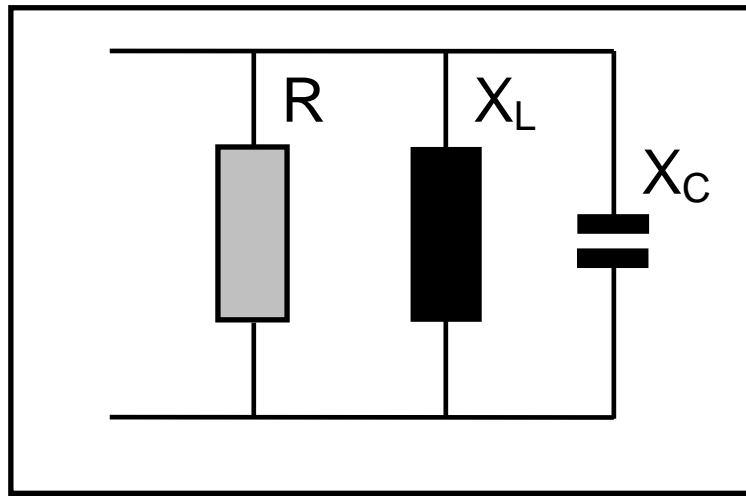
Ist z.B. L unbekannt kann man L folgendermassen berechnen:

$$\left. \begin{aligned} X_L &= 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = \omega \cdot L \\ X_C &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{\omega \cdot C} \end{aligned} \right\} \frac{1}{\omega \cdot C} = \omega \cdot L \text{ dann nach L auflösen}$$

$$L = \frac{1}{\omega^2 \cdot C} \qquad C = \frac{1}{\omega^2 \cdot L}$$

## 12.2 Parallelschaltung von R, X<sub>C</sub>, X<sub>L</sub>

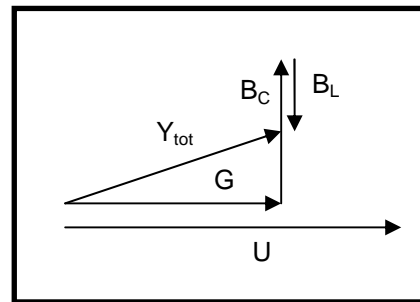
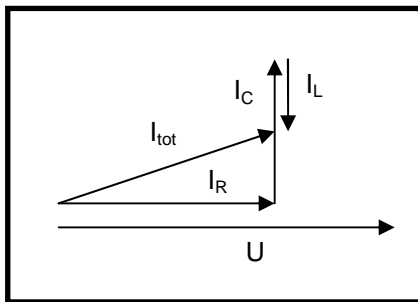
Ströme komplex addieren, bzw. ihre komplexen Leitwerte addieren. Alle Elemente haben dieselbe Spannung:  $U = U_R = U_L = U_C$  also definiere man U auf 0°!



$$\underline{R} = (R, 0)$$

$$\underline{X}_L = (0, +X_L)$$

$$\underline{X}_C = (0, -X_C)$$



$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$  Folglich ist  $\varphi$  bei mehr induktiver Last negativ

$$\varphi < 0 \Big|_{X_L > X_C} \quad \text{und} \quad \varphi > 0 \Big|_{X_C > X_L}$$

$$Y_{tot} = G + j \cdot B = G + j \cdot (B_C - B_L) \left\{ \begin{array}{l} G = \frac{1}{R} \\ B_L = \frac{1}{X_L} \\ B_C = \frac{1}{X_C} \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \underline{Y}_{tot} = \underline{Y}_R + \underline{Y}_L + \underline{Y}_C \left\{ \begin{array}{l} \underline{Y}_R = \frac{1}{R} \\ \underline{Y}_L = \frac{1}{jX_L} = -j \frac{1}{X_L} = -j \frac{1}{\omega L} \\ \underline{Y}_C = \frac{1}{-jX_C} = j \frac{1}{X_C} = j\omega C \end{array} \right.$$

$$\underline{Z}_{tot} = \frac{1}{\underline{Y}_{tot}} = \frac{1}{Y \cdot e^{j\varphi}} = \frac{1}{Y} \cdot e^{-j\varphi}$$

## 12.3 Weitere komplexe Gegebenheiten

u.a. von [http://de.wikipedia.org/wiki/Komplexe Wechselstromrechnung](http://de.wikipedia.org/wiki/Komplexe_Wechselstromrechnung)

Ohmsches Gesetz (Komplex)

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{|\underline{U}|}{|\underline{I}|} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_u - \omega t - \varphi_i)} = \frac{|\underline{U}|}{|\underline{I}|} \cdot [\cos(\varphi_u - \varphi_i) + j \sin(\varphi_u - \varphi_i)]$$

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} = |\underline{Z}| \cdot |\underline{I}| \cdot e^{j(\varphi_u + \varphi_i)} = |\underline{Z}| \cdot |\underline{I}| \cdot [\cos(\varphi_u + \varphi_i) + j \sin(\varphi_u + \varphi_i)]$$

Komplexer Gesamtwiderstand  
(Serieschaltung)

$$\underline{Z} = \sum_i^n \underline{Z}_i$$

Komplexer Gesamtleitwert (Parallelschaltung)

$$\underline{Y} = \sum_i^n \underline{Y}_i = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-j|X_C|}}$$

$$G = \frac{1}{R} \quad \frac{1}{j} = -j \Rightarrow \quad B_L = \frac{1}{X_L} \cdot \left(\frac{1}{j}\right) = \frac{1}{X_L} \cdot (-j) \quad B_C = \frac{1}{-|X_C|} \cdot \left(\frac{1}{j}\right) = \frac{1}{-|X_C|} \cdot (-j)$$

oder einfacher:  $\underline{Y} = G - jB_L + jB_C$

Komplexer Leitwert

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{|\underline{1}|}{|\underline{Z}|} \cdot e^{j(0 - \varphi_Z)} = \frac{|\underline{1}|}{|\underline{Z}|} \cdot [\cos(0 - \varphi_Z) + j \sin(0 - \varphi_Z)] = \frac{1}{|\underline{Z}|} \cdot e^{j(-\varphi_Z)}$$

Komplexe Leistung

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = S \cdot e^{j\varphi} = P + jQ \quad S = |\underline{S}| = U \cdot I$$

$$\underline{S} = \sum_i^n \underline{S}_i \quad P = \sum_i^n P_i \quad Q = \sum_i^n Q_i$$

Komplexer Maschensatz:

$$\underline{U} = \sum_i^n \underline{U}_i = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 \dots - \underline{U}_Q$$

Komplexer Knotensatz:

$$\underline{I} = \sum_i^n \underline{I}_i = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 \dots + \underline{I}_n$$

## 12.4 Serienschwingkreis als Saugkreis

beim Gleichrichten z.B. entstehen harmonische Oberwellen (siehe Fourieranalyse):

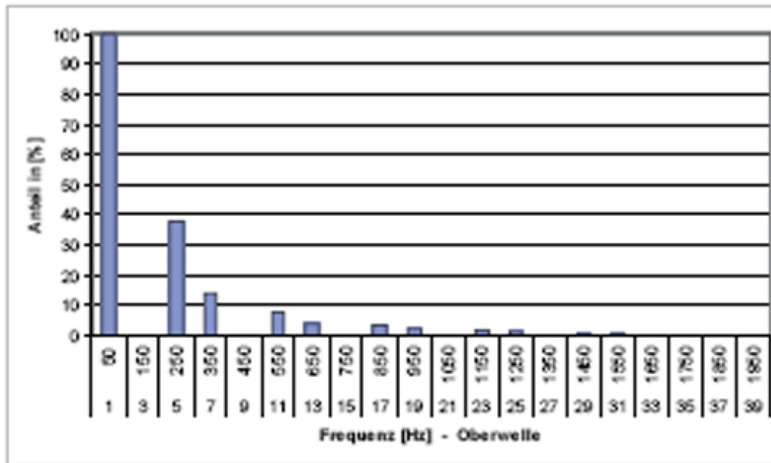
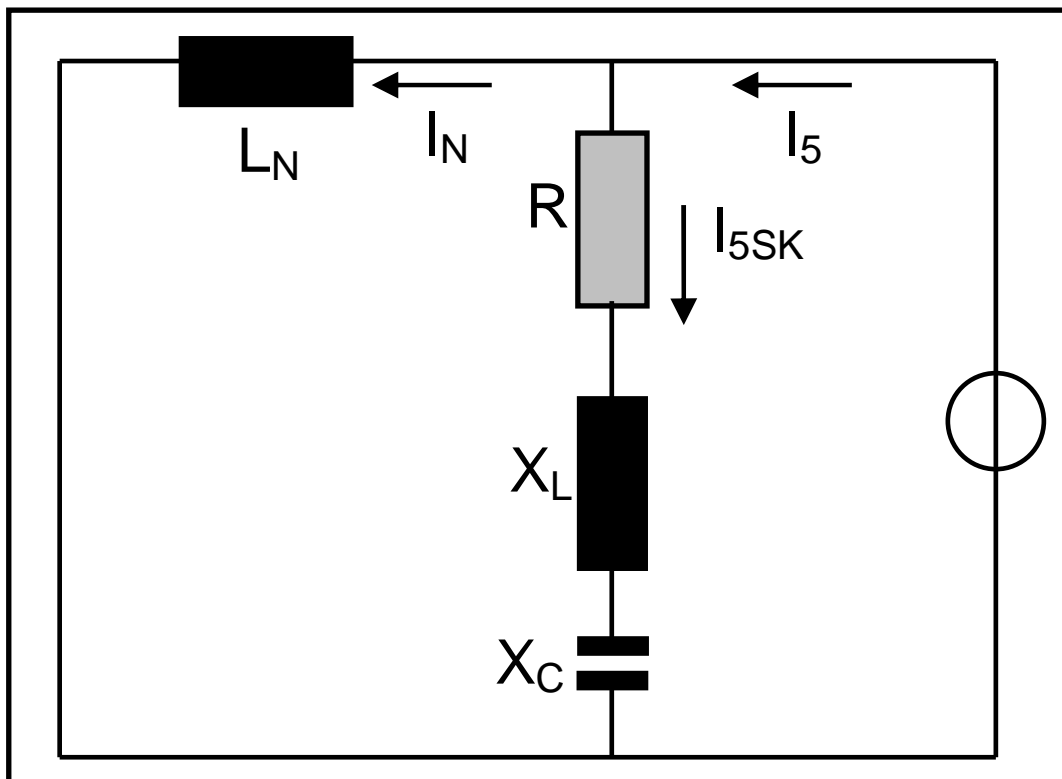


Bild wie sie im Prinzip von einem Spektrumanalysator (<http://de.wikipedia.org/wiki/Spektrumanalysator>) ausgegeben wird.

Diese können Probleme verursachen, deshalb sollte man sie „los werden“. Eine Möglichkeit besteht darin, diese mit einem Saugkreis kurz zu schliessen.  $I_{5SK}$  ist dabei der Strom der 5. Oberwelle, die wie wir aus der Grafik entnehmen können die grösste Störung darstellt. Wird diese nicht eliminiert, geht sie auch zurück ins Netz und verschlechtert somit die Netzqualität.



FRAGE: IST DAS SPANNUNG STROM ODER GAR LEISTUNG?

## 12.4.1 Berechnung

$$L_{SSK}=30\text{mH} \quad R_{SSK}=0.5\Omega \quad C_{SSK}=?$$

$$L_N=10\text{mH}$$

$$I_5=50\text{A} \quad f_5=250\text{Hz}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1580.796 \quad \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} = 13.5\mu\text{F} \quad \Rightarrow X_L = 47.124\Omega$$

$$X_{LN} = \omega \cdot L_N = 15.708 \Omega$$

$$\underline{Z}_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{Z_{SSK}} + \frac{1}{X_{LN}}} = \frac{1}{\frac{1}{R + X_L + X_C} + \frac{1}{X_{LN}}} = (0.49949, 0.015899)$$

$$\underline{I}_{LN} + \underline{I}_{SSK} = \underline{I}$$

$$I = I \cdot e^{j-\varphi_Z} \quad \text{weil} \quad U \cdot e^{j0} = Z \cdot e^{j\varphi} \cdot I \cdot e^{-j\varphi} = Z \cdot I \cdot e^{-j0}$$

Eingabe polar HP50g: ( ) ALPHA ( ) 6

$$\underline{U} = \underline{Z}_{tot} \cdot \underline{I} = (24.987, 0)$$

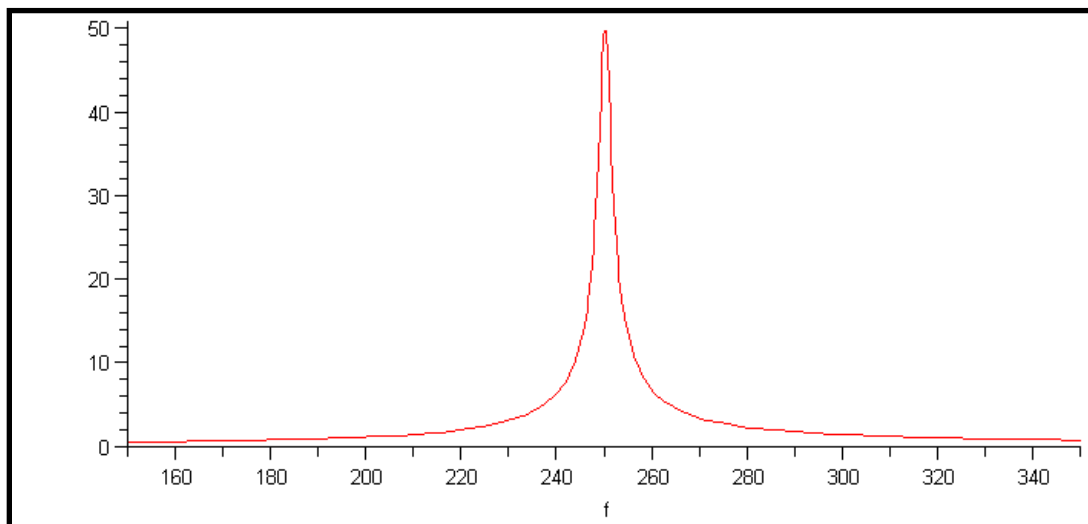
$$\underline{I}_{LN} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{LN}} = (0, -1.5907) \rightarrow \underline{1.5907\text{A}}$$

$$\underline{I}_{SSK} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{SSK}} = (49.975, 0) \rightarrow \underline{49.975\text{A}}$$

Der Strom teilt sich im Verhältnis zum Leitwert

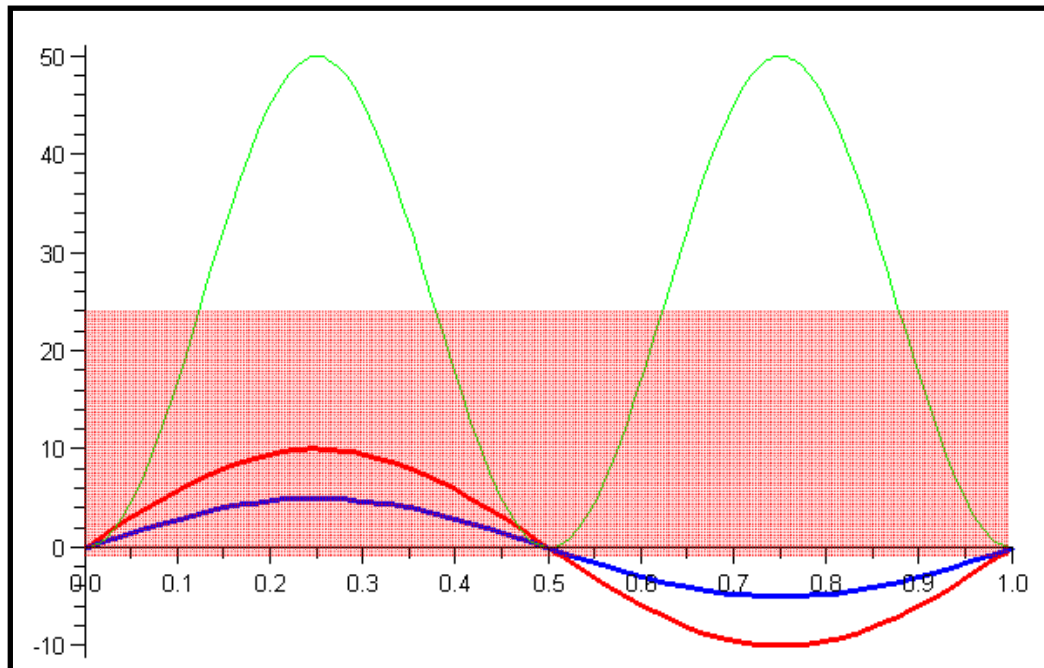
$$\frac{I_{SSK}}{I_{LN}} = \frac{\frac{1}{Z_{SSK}}}{\frac{1}{Z_{LN}}}$$

Um zu zeigen, dass nicht nur diese Frequenz betroffen ist hier noch ein I(f)-Diagramm:



## 12.5 Leistung

### 12.5.1 Ohmsche Last



Spannung: rot

Strom: blau

Leistung: grün

Leistung:  $p(t) = u(t) \cdot i(t)$

Mittelwert  $P_R = \frac{\hat{U}_R \cdot \hat{I}_R}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_R \cdot \sqrt{2} \cdot I_R}{2} = U_R \cdot I_R$

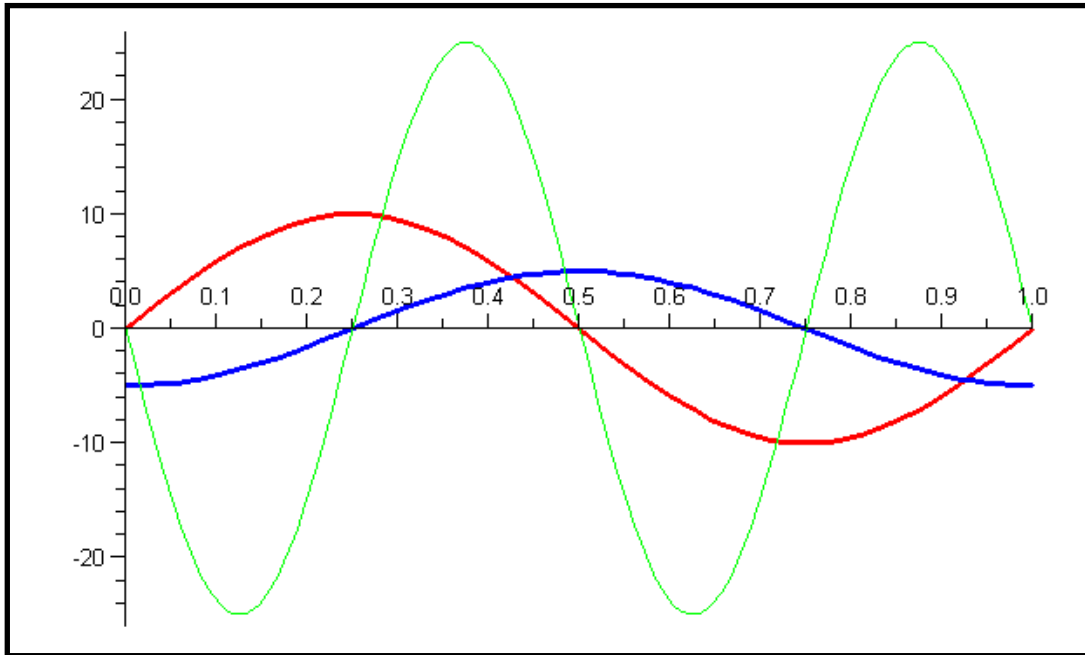
Amplitude:  
(Wirkleistung P)  
[W]  $P_R = \frac{\hat{U}_R \cdot \hat{I}_R}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_R \cdot \sqrt{2} \cdot I_R}{2} = U_R \cdot I_R$

Frequenz:  $f_P = 2 \cdot f_U \rightarrow f'(x) = 0$  bei  $n \cdot \frac{\pi}{2}$

Arbeit:  $W = U_R \cdot I_R \cdot t$

## 12.5.2 Induktive Last

Die ideale Spule sollte nicht warm werden, da reale Spulen aber einen Leiterwiderstand haben ist dies nur Theorie. Die Energie wird vorübergehend im Magnetischen Feld gespeichert.



**Spannung:** rot

**Strom:** blau

**Leistung:** grün

Leistung:  $p(t) = u(t) \cdot i(t)$

Mittelwert  $P_L = 0 \text{ [W]}$

Amplitude:

$$Q_L = u(135^\circ) \cdot i(135^\circ) = \hat{U}_L \cdot \overbrace{\sin(135^\circ)}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \cdot \hat{I}_L \cdot \overbrace{(-\cos(135^\circ))}^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

(Blindleistung Q  
Pulsierende Leistung)  
[VAr]

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \hat{U}_L \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \hat{I}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} \cdot U_L \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} \cdot I_L = \underline{\underline{U_L \cdot I_L}}$$

Frequenz:  $f_p = 2 \cdot f_U \quad \rightarrow \quad f'(x) = 0 \text{ bei } \frac{\pi}{4} + n \cdot \frac{\pi}{2}$

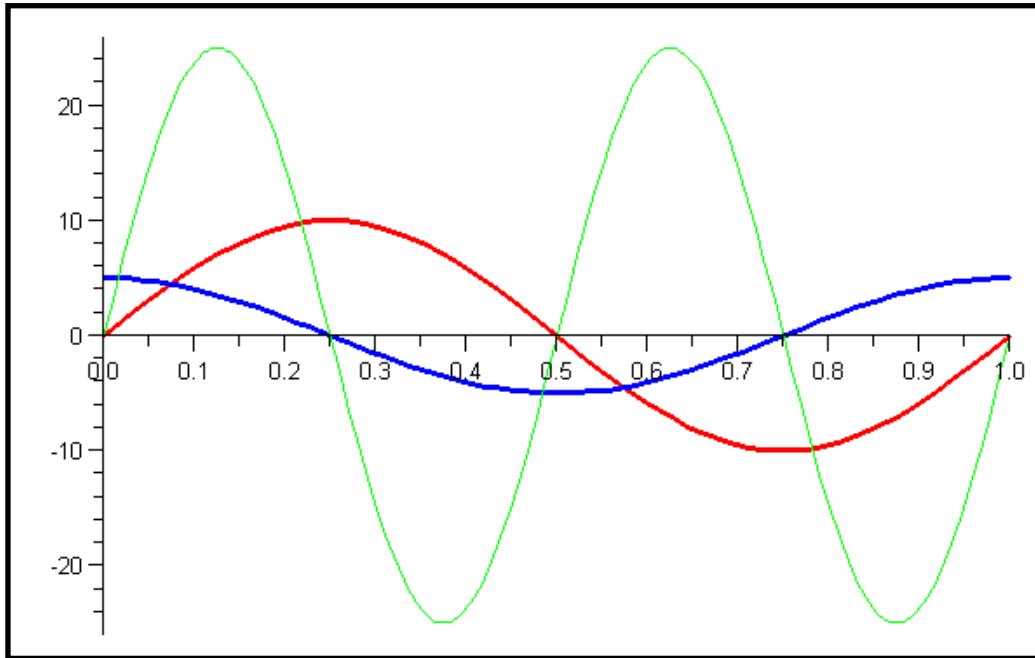
Arbeit:

$$W = \int_0^{2\pi} p(t) \cdot dt = \int_0^{2\pi} -\sin(2t) \cdot dt = \left[ \frac{1}{2} \cos(2t) \right]_0^{2\pi}$$

$$= U_L \cdot I_L \left( \underbrace{\frac{1}{2} \cos(4\pi)}_{\frac{1}{2}} - \underbrace{\frac{1}{2} \cos(0)}_{\frac{1}{2}} \right) = 0$$

### 12.5.3 Kapazitive Last

Der ideale Kondensator sollte nicht warm werden, da beim reale Kondensatoren aber das Dielektrikum nicht einen Unendlich hohen Widerstand und auch beim Ausrichten des Dielektrikums Energie verloren geht ist dies wieder nur Theorie. Die Energie wird vorübergehend im Elektrischen Feld gespeichert.



Spannung: rot

Strom: blau

Leistung: grün

Leistung:  $p(t) = u(t) \cdot i(t)$

Mittelwert  $P_C = 0 \text{ [W]}$

Amplitude:  
(Blindleistung Q  
Pulsierende Leistung)  
[VAr]

$$|Q_C| = u(45^\circ) \cdot i(45^\circ) = \hat{U}_C \cdot \underbrace{\sin(45^\circ)}_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \cdot \hat{I}_C \cdot \underbrace{\cos(45^\circ)}_{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

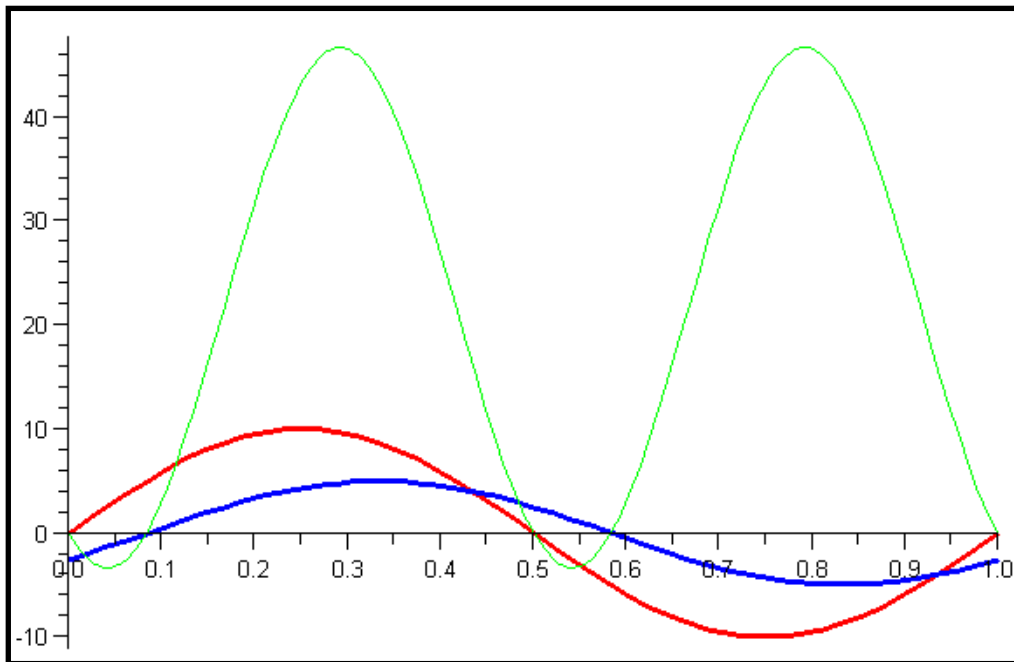
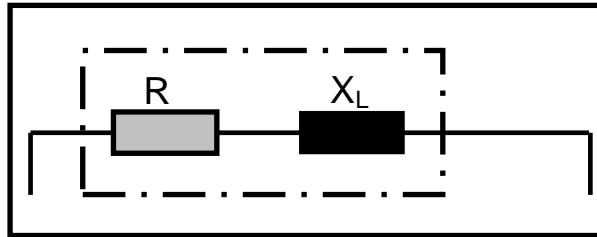
$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \hat{U}_C \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \hat{I}_C = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} \cdot U_C \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} \cdot I_C = \underline{\underline{U_C \cdot I_C}}$$

Frequenz:  $f_p = 2 \cdot f_U \rightarrow f'(x) = 0 \text{ bei } \frac{\pi}{4} + n \cdot \frac{\pi}{2}$

Arbeit:  $W = \int p(t) \cdot dt = 0 \text{ (Analog zur induktiven)}$

## 12.5.4 Leistung von Elektromotoren

Ein Elektromotor ist im Prinzip eine Serieschaltung von Induktiver Blindlast und einer Ohmschen Wirklast. Alternativ kann dies auch als Parallelschaltung betrachtet werden.



**Spannung:** rot

**Strom:** blau

**Leistung:** grün

Leistung:  $p(t) = u(t) \cdot i(t)$

Scheinleistung  $S$ :  $S_M = U_M \cdot I_M$  [VA]

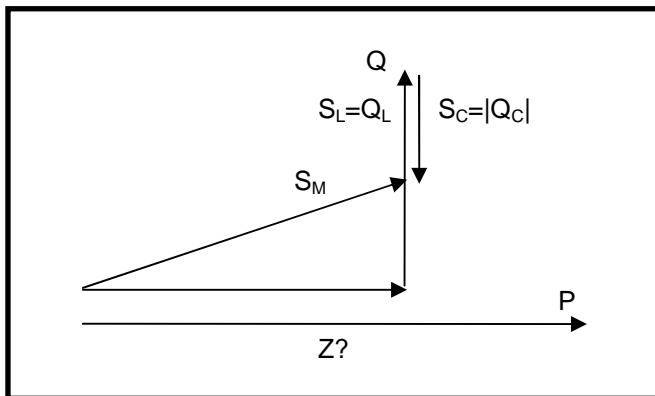
Mittelwert:  $P_M = S_M \cdot \cos(\varphi) = \underbrace{P_R}_{\text{hier}}$   
 $Q_M = S_M \cdot \sin(\varphi) = Q_L$

Amplitude:  $S_M = \frac{U_M \cdot I_M}{2}$

Frequenz:  $f_P = 2 \cdot f_U \rightarrow f'(x) = 0$  bei  $\frac{\pi}{4} + n \cdot \frac{\pi}{2}$

Arbeit:  $W = \int p(t) \cdot dt = 0$  (Analog zur induktiven)

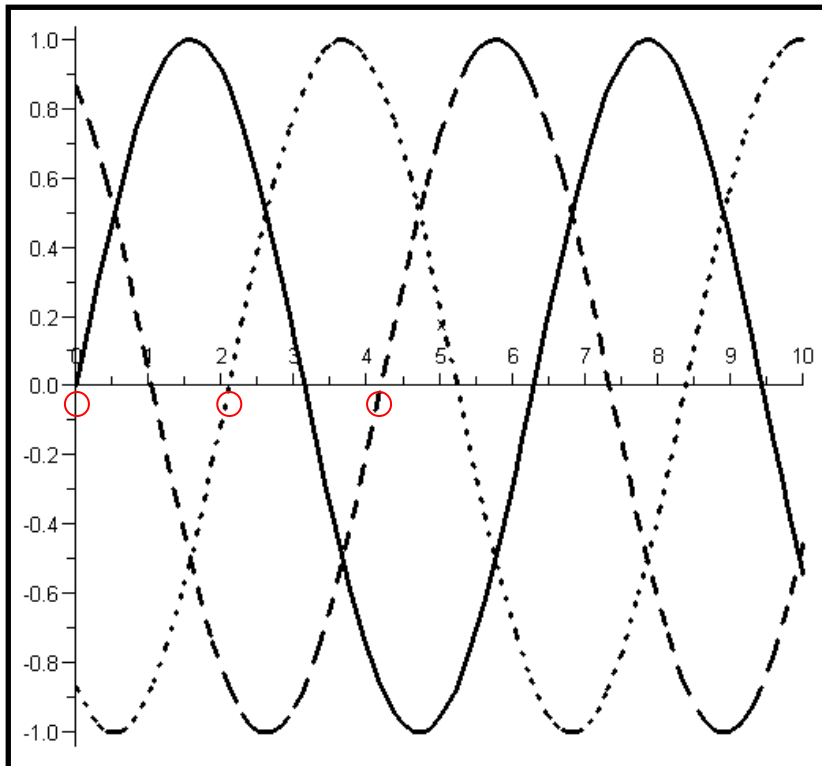
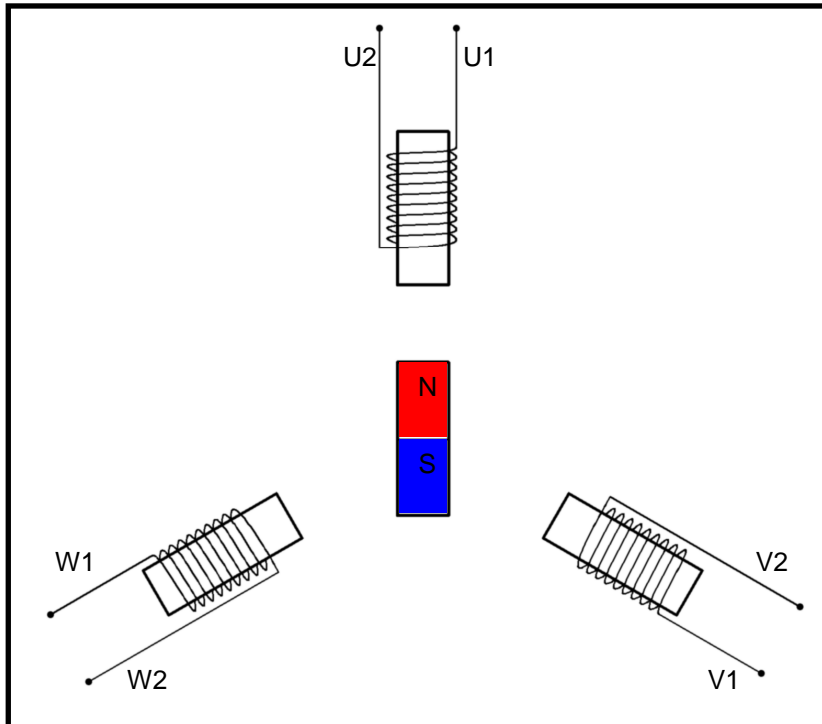
## Zeigerdarstellung



### 13 Arbeit

$W = P \cdot t = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \cdot t$  und nicht etwa  ~~$W = S \cdot t = U \cdot I \cdot t$~~  da die Blindleistung nicht verbraucht wird sondern nur hin und her wandert.

## 14 Drehstrom



Die drei Spannungen sind im 3 Phasen Netz je  $120^\circ$  oder verschoben hier dargestellt:

$$\frac{2 \cdot \pi}{3}$$

U1: Ausgezogene Linie  
 U2: Gepunktete Linie  
 U3: Gestrichelte Linie

Für Handskizzen:

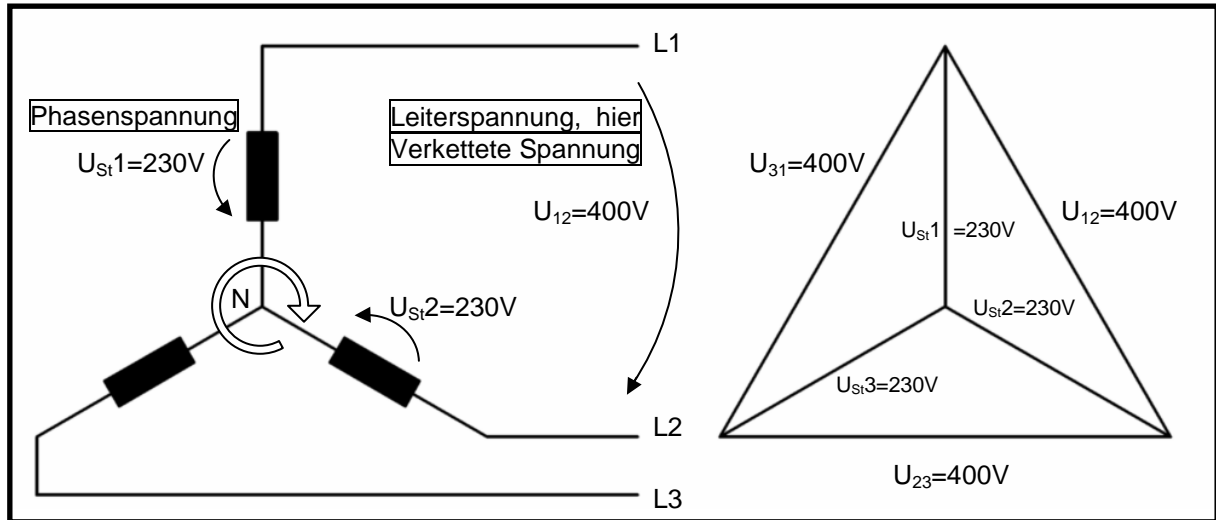
$$U1: \sim 2 = 0 = 0^\circ$$

$$U2: \sim 2 = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$$

$$U3: \sim 2 = \frac{4\pi}{3} = 240^\circ$$

## 14.1 Sternschaltung (Symmetrisch)

Die drei Wicklungen können nun auf verschiedene Weise zusammen geschaltete werden. Eine Möglichkeit ist und die häufigste bei Generatoren ist die Sternschaltung, häufig bei Generatoren weil man so den Sternpunkt erden kann was wie wir sehen werden bei der Dreieckschaltung nicht geht.



Summe Aller Spannungen: 
$$\sum_{i=1}^3 U_i = 0$$

### 14.1.1 Herleitung $\sqrt{3}$

Maschengesetz:  $U_{12}(\varphi) = U_{S1}(\varphi) - U_{S2}(\varphi)$

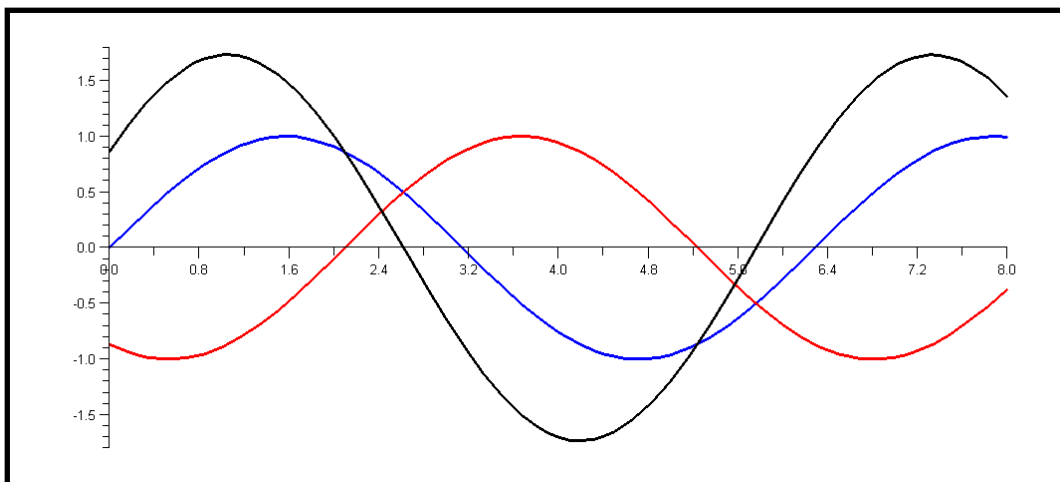
Strang Spannungen:  $U_{S1}(\varphi) = \sin(\varphi)$

$U_{S2}(\varphi) = \sin(\varphi - 120^\circ)$

Leiterspannung:  $U_{12}(\varphi) = \sin(\varphi) - \sin(\varphi - 120^\circ)$

Extrema:  $U'_{12}(\varphi) = 0 \Rightarrow n \cdot \pi + \frac{\pi}{3}$

Extrema einsetzen:  $U_{12}(\varphi) = \sin(\varphi) - \sin(\varphi - 120^\circ) \Big|_{\varphi = \frac{\pi}{3}} = \underline{\underline{\sqrt{3}}}$



Oder einfacher mit Cosinussatz:

$$a^2 = \underbrace{b^2}_1 + \underbrace{c^2}_1 - 2 \cdot \underbrace{bc}_1 \cdot \underbrace{\cos(120)}_{-\frac{1}{2}}$$

$$a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

### 14.1.2 Leistungen

$$P = 3 \cdot P_{St} = \sqrt{3} \cdot \underbrace{U_{12}}_{\sqrt{3} \cdot U_{St}} \cdot I \cdot \cos(\varphi)$$

$$U_{12} = \sqrt{3} \cdot U_{St}$$

$$Q = 3 \cdot Q_{St} = \sqrt{3} \cdot \underbrace{U_{12}}_{\sqrt{3} \cdot U_{St}} \cdot I \cdot \sin(\varphi)$$

$$I = \frac{U_{St}}{R_{St}}$$

$$S = 3 \cdot S_{St} = \sqrt{3} \cdot \underbrace{U_{12}}_{\sqrt{3} \cdot U_{St}} \cdot I$$

$$\boxed{I_L = I_{St}} \quad \text{bei Stern}$$

### 14.1.3 Abgeleitete Formeln

$$P_Y = \frac{U}{\sqrt{3}} \cdot \underbrace{I_{Str}}_{\frac{u}{\sqrt{3} \cdot r}} \cdot 3 = \frac{U^2}{R}$$

$$P_Y = 3 \cdot \underbrace{U_{Str}}_{R \cdot I_{Str}} \cdot \underbrace{I_{Str}}_I \cdot (\cos(\varphi)) = 3 \cdot I^2 \cdot R \cdot (\cos(\varphi))$$

$$P = \sqrt{3} \cdot \frac{U^2}{\sqrt{3} \cdot R} \cdot \cos(\varphi) = \frac{U^2}{R} \cdot \cos(\varphi)$$

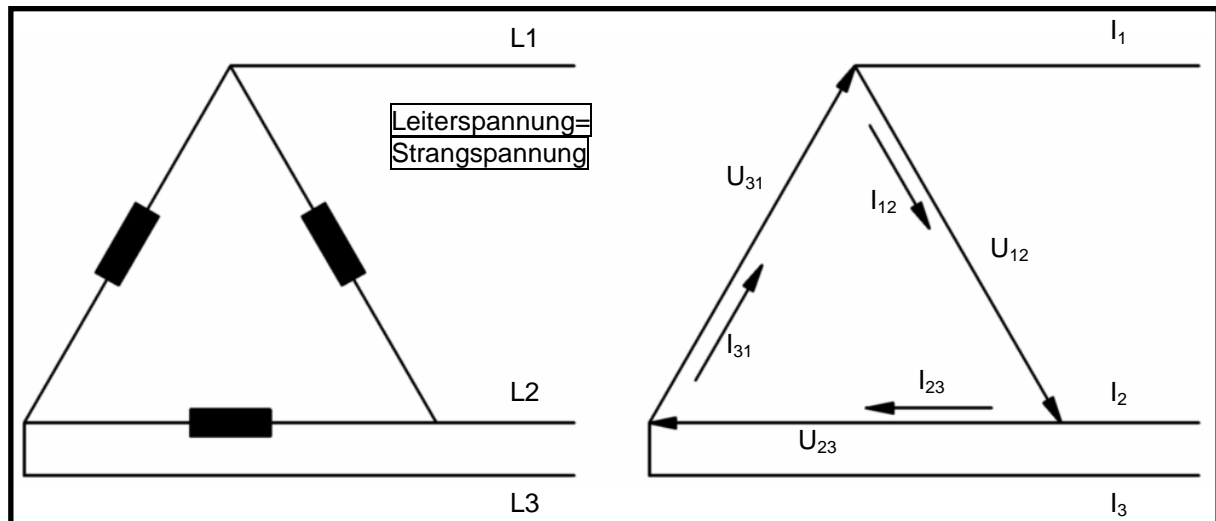
### 14.1.4 Typenschild

220V/17.3A  $\Delta$  = 3x(220V/17.3A)  $\Delta$

220V/17.3A  $\Delta$  = 3x(220V/17.3A)  $\Delta$

Ist nicht angegeben ob Stern oder Dreieck gehen allenfalls beide Formeln, bzw. es nur der Leiterstrom und die Leiterspannung spielen eine Rolle.

## 14.2 Dreieckschaltung (Symmetrisch)



Strangströme

$$I_{Str} = \frac{U_L}{R} = \left| \frac{U}{Z} \right|$$

Leiterströme

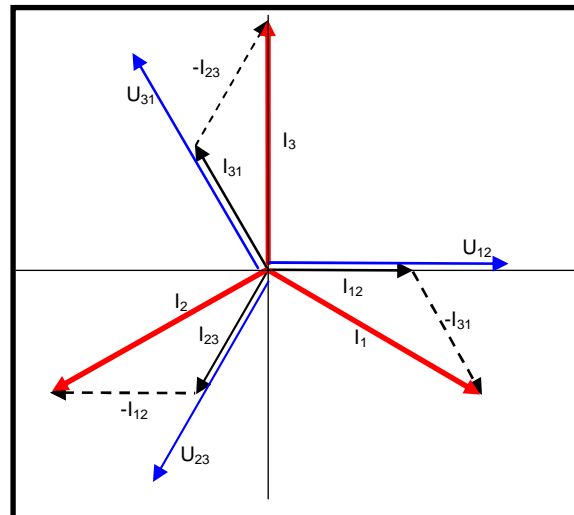
$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}$$

Verkettungsfaktor

$$I_1 = \sqrt{3} \cdot I_{12} = \sqrt{3} \cdot I_{Str}$$



### 14.2.1 Leistungen

$$P = 3 \cdot P_{Str} = \sqrt{3} \cdot U_{12} \cdot \frac{I}{\sqrt{3} \cdot I_{Str}} \cdot \cos(\varphi)$$

$$Q = 3 \cdot Q_{Str} = \sqrt{3} \cdot U_{12} \cdot \frac{I}{\sqrt{3} \cdot I_{Str}} \cdot \sin(\varphi)$$

$$S = 3 \cdot S_{Str} = \sqrt{3} \cdot U_{12} \cdot \frac{I}{\sqrt{3} \cdot I_{Str}}$$

$$P = 3 \cdot \frac{U_{12}^2}{R} \cdot \cos(\varphi)$$

(Herleitung ähnlich Sternschaltung)

$$I = \sqrt{3} \cdot I_{Str}$$

Vorsicht  $U_{St} \neq U_{Str}$  ( $\Delta \neq Y$ )

$$I_{Str} = \frac{U_{12}}{R} = \frac{U_{Str}}{R}$$

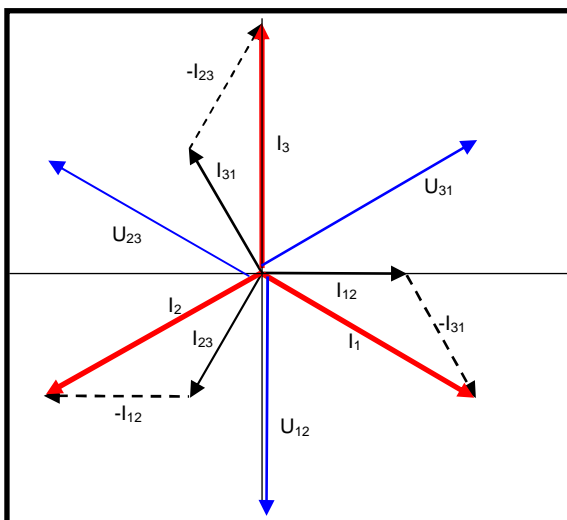
### 14.2.2 Abgeleitete Formeln

$$P = 3 \cdot \underbrace{U_{12}}_U \cdot \underbrace{I_{12}}_{\frac{U_{12}}{R}} \cdot \cos(\varphi) = 3 \cdot \frac{U^2}{R} \cdot \cos(\varphi)$$

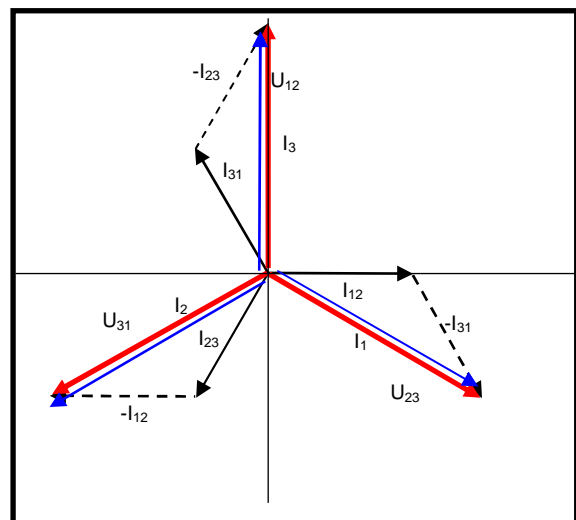
$$P = 3 \cdot \underbrace{U_{12}}_{R \cdot I_{12}} \cdot \underbrace{I_{12}}_{\frac{I}{\sqrt{3}}} \cdot \cos(\varphi) = 3 \cdot \left( \frac{I}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot R \cdot \cos(\varphi) = I^2 \cdot R \cdot \cos(\varphi)$$

### 14.3 Zeigerdiagramme

Kapazitiv



Induktiv



(Vorsicht nicht Äpfel und Birnen vergleichen)

$I_1 \parallel U_{23} \rightarrow \phi \neq 0$

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -90^\circ$$

$$S_{Str} = Q_{Str} = U_{Str} \cdot I_{Str} \cdot \sin(-90)$$

$$P_{Str} = U_{Str} \cdot I_{Str} \cdot \cos(-90) = 0$$

$$S_{tot} = 3 \cdot S_{Str}$$

$$P_{tot} = 3 \cdot P_{Str}$$

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 90^\circ$$

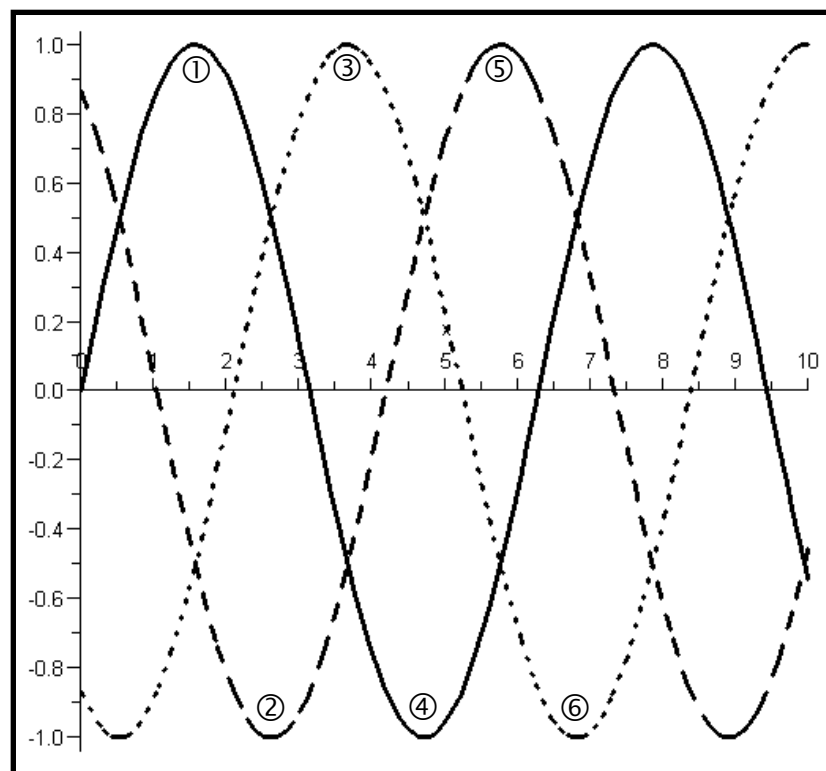
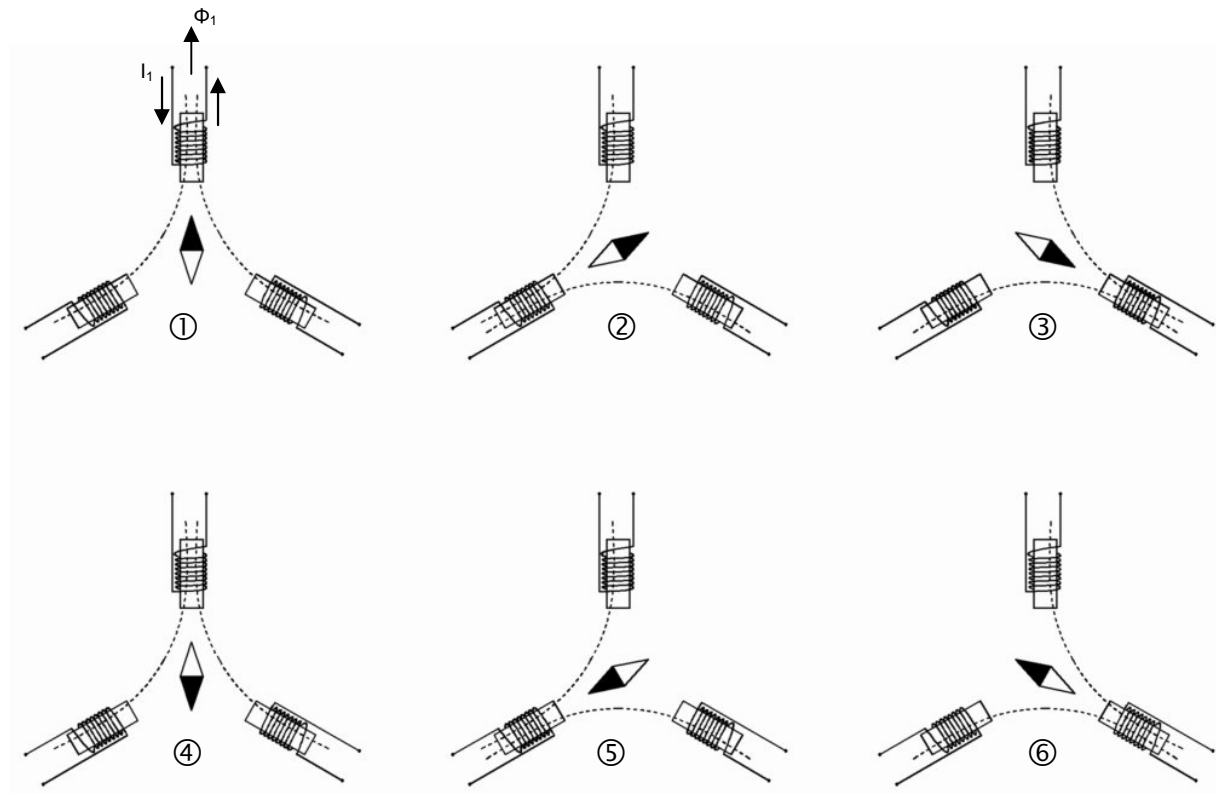
$$S_{Str} = Q_{Str} = U_{Str} \cdot I_{Str} \cdot \sin(90)$$

$$P_{Str} = U_{Str} \cdot I_{Str} \cdot \cos(90) = 0$$

$$Q_{tot} = 3 \cdot Q_{Str}$$

## 14.4 Prinzip Drehstrom (Motor)

Der Rotor richtet sich am Feld aus



---

Die 3 Vorteile sind:

- 1) Verschiedene Spannungswerte in denen man den Motor schalten kann
- 2) Bessere Leistung bei Gleichem Leitergewicht, da höhere Spannung
- 3) Einfache Motoren, ohne Schleifkontakte

#### **14.4.1 Synchron Motor**

Der Synchronmotor hat einen Permanentmagneten am Rotor. Er dreht mit der Frequenz des Netzes

#### **14.4.2 Asynchron Motor**

Der Asynchronmotor hat auf dem Rotor eine kurzgeschlossene Spule, die in die Läufernut eingelegt wird. Durch Induktion entsteht ein Magnetfeld am Läufer und dieser dreht sich, jedoch nicht synchron sondern ein bisschen langsamer als das Leiterdrehfeld.

---

## 14.5 Einfache Fehlerfälle Sternschaltung

### 14.5.1 Unterbruch Strang 1

Sternpunkt wandert nach  $\frac{U_{23}}{2}$  somit ändert sich  $U_{StrNeu}$  von 230 auf 200V und I auf  $I_{Str} = \frac{U_{StrNeu}}{R}$  folglich ist

$$S = 2 \cdot U_{StrNeu} \cdot I_{StrNeu}$$

Ist der Sternpunkt noch vorhanden, also N separat angeschlossen, so fällt S auf  $\frac{2}{3}$

### 14.5.2 Kurzschluss Strang 1

Ist in Strang 1 ein Kurzschluss steigt  $U_{Str}$  auf  $U_L$ . Dies führt zu einem Überstrom, dadurch zu überhitzung und dann zu zerstörung der anderen Stränge.

## 14.6 Einfache Fehlerfälle Dreieckschaltung

### 14.6.1 Unterbruch Strang 1

$$I_1 = I_{Str} = \frac{U}{R} \quad I_2 = I_{Str} = \frac{U}{R} \quad I_3 = \sqrt{3} \cdot I_{Str} = |I_1 - I_2|$$

$$S = 2 \cdot U_{Str} \cdot I_{Str}$$

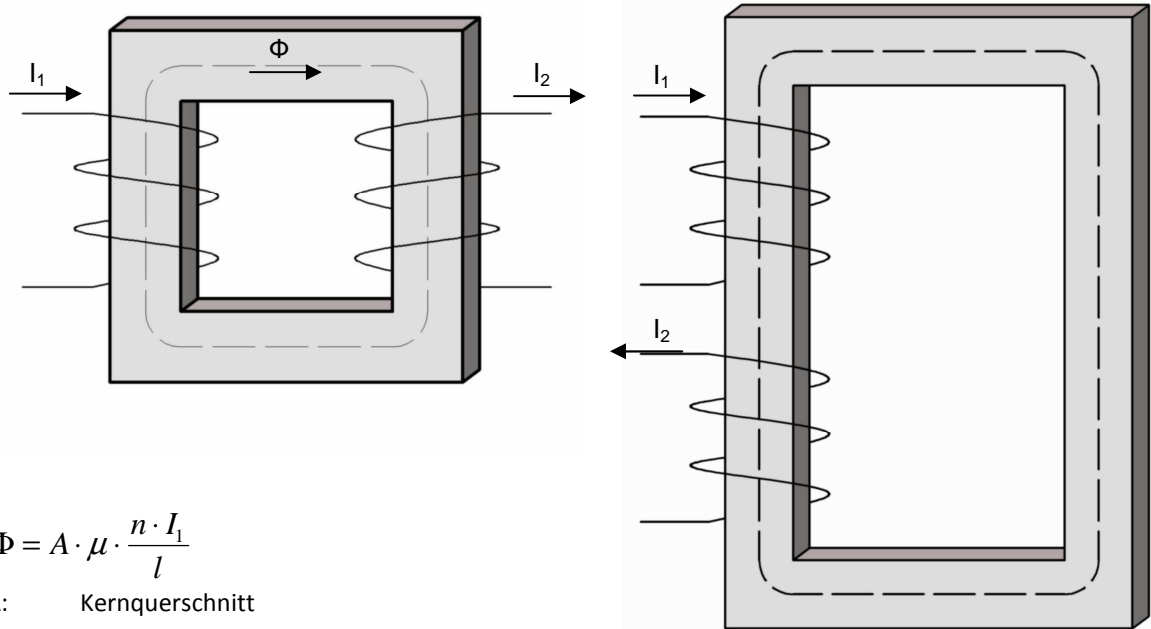
### 14.6.2 Unterbruch in Zuleitung

$$I_{L1} = \frac{U_{Str}}{Z_{tot}} \quad Z_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{Z} + \frac{1}{2 \cdot Z}}$$

## 15 Transformator

Ein Transformator besteht im Normalfall aus zwei Spulen und einem Kern (z.B. Eisenkern aus Isolierblechen)

Die erste Wicklung erzeugt einen Magnetischen Fluss (Rechte Hand Regel oder Schraubenregel)



$$\Phi = A \cdot \mu \cdot \frac{n \cdot I_1}{l}$$

- A: Kernquerschnitt
- $\mu$ : Permeabilität ( $\mu = \mu_0 \mu_r$ )
- n: Anzahl Windungen
- I: Strom
- l: Mittlere Feldlinienlänge

Stellt man nun die 2. Wicklung auch als Gleichung dar und berücksichtigt dabei die Lenzsche Regel erhält man

$$A \cdot \mu \cdot \frac{n \cdot I_1}{l} = \Phi = -A \cdot \mu \cdot \frac{n \cdot I_2}{l}$$

Kürzt man nun das ganze erhielet man:

$$n_1 \cdot I_1 = -n_2 \cdot I_2 \qquad \frac{n_1}{-n_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

Ein Transformator wird im Idealfall nicht warm, folglich geht keine Leistung verloren also die Leistung geht durch:

$$P_1 = P_2 \text{ bzw. } S_1 = S_2 \qquad U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 \qquad \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{n_1}{-n_2}$$

---

## **15.1 Anwendungen**

Leistung soll durch den Trafo gehen.

### **15.1.1 Energieverteilung**

Generator/Mittelspannung (20kV) auf Höchstspannung (230/400kV) zwecks weniger Verluste bei höherer Spannung.

### **15.1.2 Übertragung von Signalen**

Mikrophon

Lautsprecher → an den Verstärker anpassen

### **15.1.3 Potentialtrennung (Galvanische Trennung)**

So kann zum Beispiel die Netzspannung von 230V bei einem Trafo für Modelleisenbahnen komplett vom Netz getrennt werden

### **15.1.4 Wandelt U, I, Z**

## **15.2 Arten**

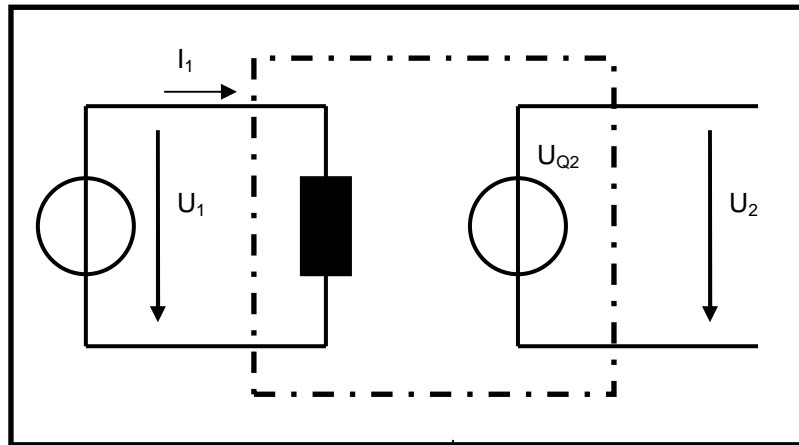
### **15.2.1 Schnittbandkern Trafo**

### **15.2.2 Ringkern Trafo**

### **15.2.3 3-Phasen Trafo**

## 15.3 Verhalten

### 15.3.1 Leerlauf



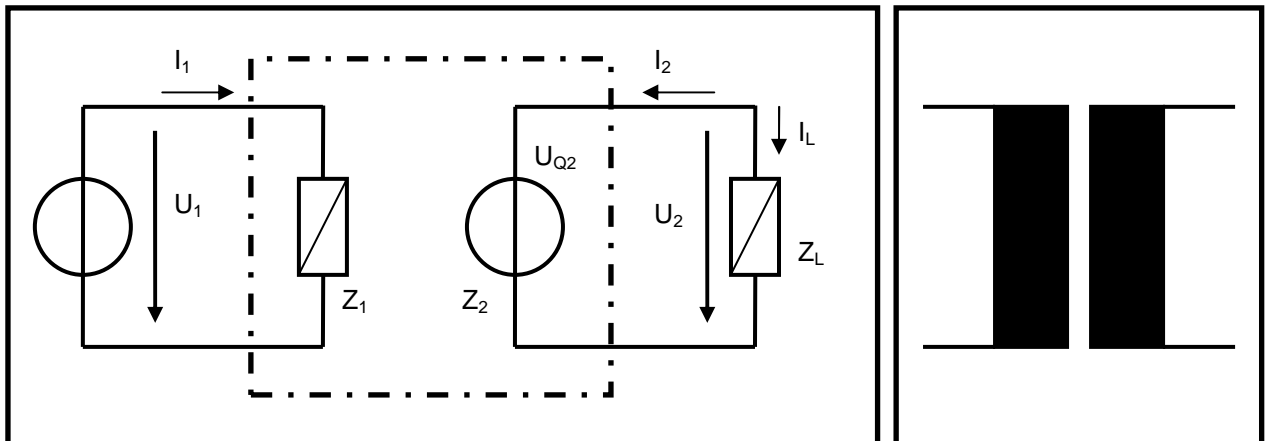
Ideal: Unterbruch

Real: -grosses L  
-kleiner Strom  $I_1$

Spannungsquelle

$U_{Q2}=U_2$

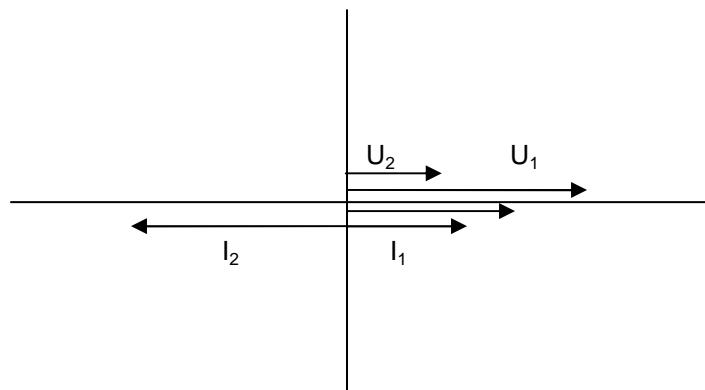
### 15.3.2 Bei Last



$$Z_1 = \frac{U_1}{I_1}$$

$$Z_L = Z_2 = \frac{U_2}{I_L} = \frac{U_2}{I_2}$$

Das heisst in Abhängigkeit dieses Diagramms sollten die Trafowicklungen am Odimat oder wo auch immer gewickelt und danach auch angeschlossen werden.



---

## 15.4 Verhältnisse

### 15.4.1 Spannungsverhältnisse

$$\left. \begin{array}{l} U_1 = N_1 \cdot U_{\text{Windung}} \\ U_2 = N_2 \cdot U_{\text{Windung}} \end{array} \right\} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1 \cdot U_{\text{Windung}}}{N_2 \cdot U_{\text{Windung}}} = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u}$$

Gilt bei idealen und realen Transformatoren aber nur bei Leerlauf: Belastet geht die Spannung ein bisschen in die Knie

### 15.4.2 Stromverhältnisse

$$S_1 = S_2$$

$$U_1 \cdot I_1 = \frac{N_1}{N_2} \cdot U_2 \cdot I_1 \wedge S_1 = S_2 \Rightarrow U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot U_2 \cdot I_1 \Big| : U_2 : I_1$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

Gilt bei idealem Trafo immer und bei realem bei Nennstrom (Typenschild:  $I_2$ )

### 15.4.3 Widerstandsverhältnisse

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\frac{U_1}{I_1}}{\frac{U_2}{I_2}} = \frac{U_1 \cdot I_2}{U_2 \cdot I_1} = \frac{N_1 \cdot N_1}{N_2 \cdot N_2} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right) = \ddot{u}^2$$

$$\ddot{u}^2 = \frac{R_{Cu1}}{R_{Cu2}} \quad R_{Cu1} = \frac{V_{Cu12} \left[ \frac{\%}{100} \right]}{2} \cdot \frac{P}{I_1^2}$$

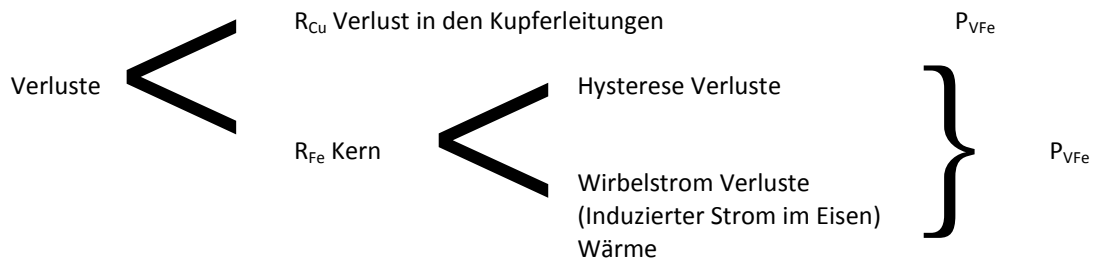
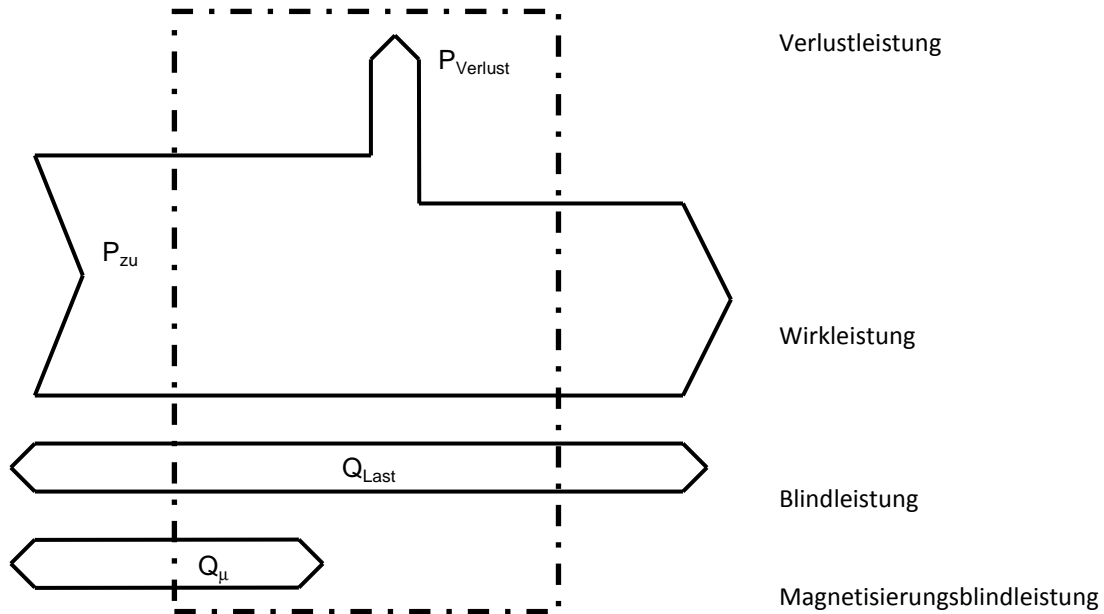
Weil man sagt die Verluste teilen sich 1:1 auf beide Wicklungen auf

### 15.4.4 Übersetzungsverhältnis

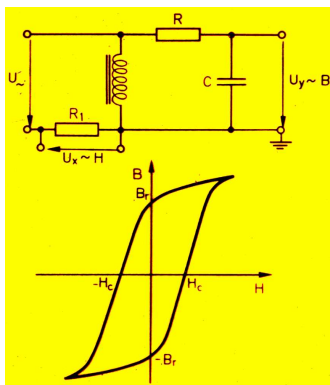
Nachrichtentechnik:  $\ddot{u} = \frac{N_1}{N_2}$

Energietechnik:  $\ddot{u} = \frac{230V}{24V}$

## 15.5 Wirkungsweise



## 15.6 Hystereseverluste (Reibung der Elementarmagnetli)



## 15.7 Wirkungsgrad

$\eta = \text{Eta}$

VORSICHT: Diese Energie geht verloren, also muss sie bei einer all-fälligen Berechnung von  $I_2$  oder  $U_2$  berücksichtigt, sprich abgezogen werden

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

Leistungstrafo:

$$0.95 \leq \eta \leq 1$$

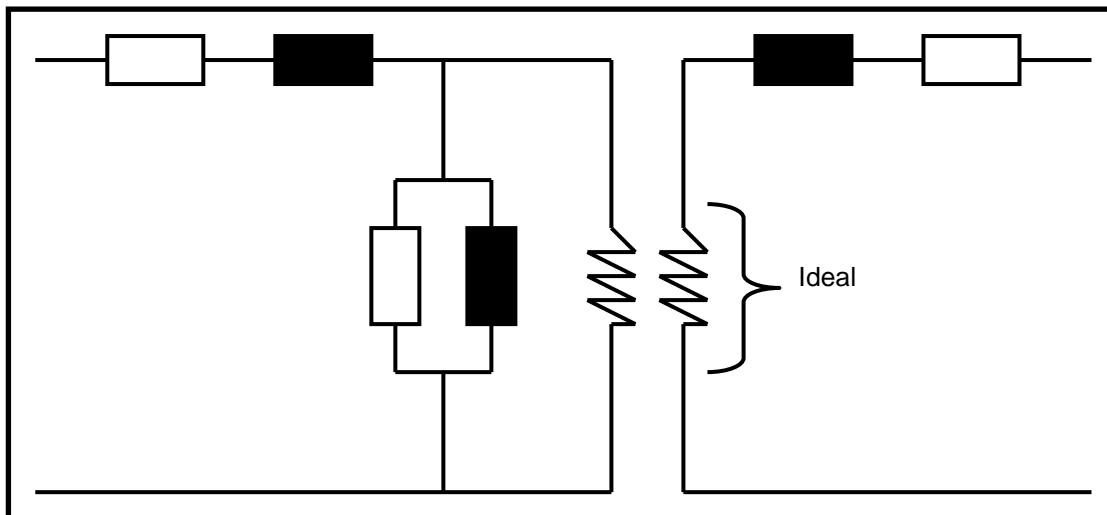
Kernkraftwerk: 99.8%

Kleintrafo:

$$0.5 \leq \eta \leq 0.95$$

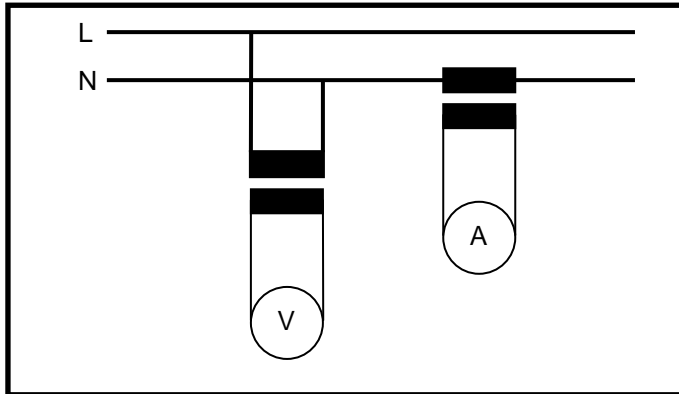
Für ein paar Watt müsse man nicht kleinlich sein

## 15.8 Ersatzschaltbild Trafo

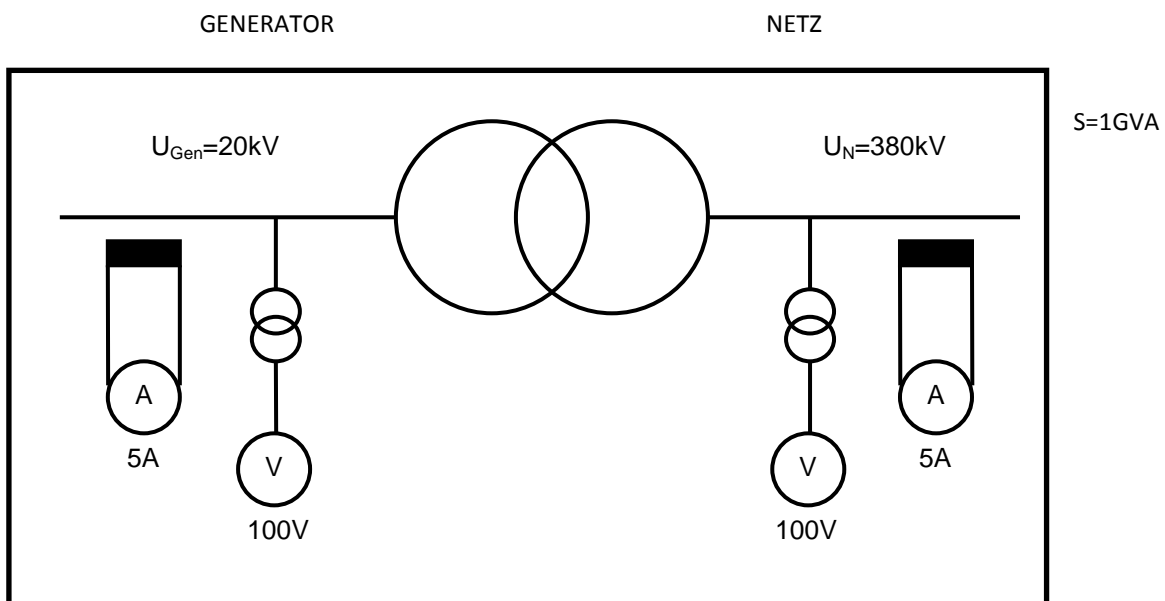


## 16 Messung

### 16.1 Wandler



### 16.2 Messung Generator / Netz



$$I_{Gen} = \frac{S}{U_{Gen} \cdot \sqrt{3}} = 28,867kA$$

$$k_{U_{Gen}} = \ddot{u}_{U_{Gen}} = \frac{20kV}{100V}$$

$$k_{I_{Gen}} = \ddot{u}_{I_{Gen}} = \sim \frac{30kA}{5A}$$

$$I_N = \frac{S}{U_N \cdot \sqrt{3}} = 1,51934kA$$

$$k_{U_N} = \ddot{u}_{U_N} = \frac{380kV}{100V}$$

$$k_{I_N} = \ddot{u}_{I_N} = \sim \frac{2kA}{5A}$$

---

## 17 Messgeräte

### 17.1 Klassen

Klasse	Genauigkeit bei Vollausschlag
0.1	0.1%
2	2%

### 17.2 Reales Messgerät

#### 17.2.1 Spannungsmessgerät

Innenwiderstand

Messbereichserweiterung: Seriewiderstand  
100V messen mit 10V Messgerät mit Innenwiderstand von  $1\text{k}\Omega$  →  $9\text{k}\Omega$  in Serie schalten

#### 17.2.2 Strommessgerät

Innenwiderstand:  $1\Omega$

Messbereichserweiterung: Nebenwiderstand  $R_N$   
10A messen mit 1A Messgerät mit Innenwiderstand von  $1\Omega$

$$\rightarrow U_m = 1\text{V}$$

$$\rightarrow R_{\text{tot}} = 1\text{V}/10\text{A} = 0,1\Omega$$

$$\rightarrow 0,1 = \frac{1}{\frac{1}{1} + \frac{1}{R_N}} \text{ auflösen}$$

### 17.3 Digitales Messgerät

#### 17.3.1 Spannungsmessgerät

Innenwiderstand:  $10\text{M}\Omega$

#### 17.3.2 Strommessgerät

Innenwiderstand:  $>1\Omega$

## 18 Berührungsspannung und Fehlspannung

### 18.1 Berührungsspannung Buch S. 344

Ist die Spannung zwischen dem Potential wo man steht und dem Ort wo man berührt. Also eine Serieschaltung von z.B.  $2\Omega$  über einem Masten, wo sich dann die Spannung aufteilt noch auf sagen wir  $5\Omega$  vom masten bis zur realen Erde

### 18.2 Fehlspannung

Ist die Spannung zwischen dem Ort den man berührt und der Realen Erde